Bruchfunktionen Aufgabenblatt 1

Zusammenhang zwischen den Seitenlängen eines Rechtecks bei festem Flächeninhalt

Ein Rechteck mit den Seiten und soll einen Flächeninhalt von  haben.

1. *Weise nach, dass ein Rechteck mit den Seitenlängen* *und* *einen Flächeninhalt von* *hat*.
2. *Finde zu der jeweils angegebenen Seitenlänge die Länge der zweiten Seite, so dass der Flächeninhalt des Rechtecks beträgt. Fülle die Tabelle aus*.

|  |  |
| --- | --- |
| in cm | in cm |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

1. *Führe die Tabelle aus 2 weiter, indem du weitere zusammengehörende Seitenlängen und findest, so dass der Flächeninhalt weiterhin beträgt*.
2. *Trage deine Ergebnisse aus 3 als Punkte in ein Koordinatensystem ein*.
3. *Gib eine Gleichung an, mit der du die Seitenlänge zu einem gegebenen ermitteln kannst.*

*Überlege dazu, wie du in 2 gerechnet hast*.

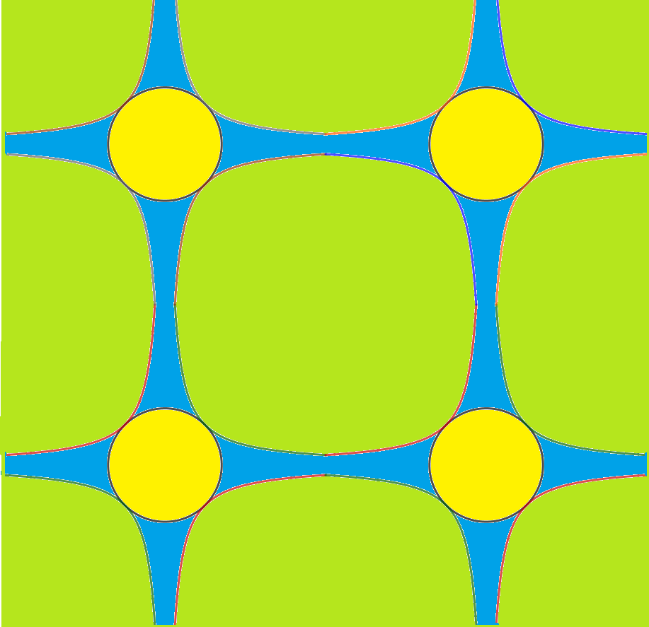
1. Man kann die Gleichung aus 5 auch als Funktionsvorschrift auffassen. *Zeichne den Graphen dieser Funktion in das Koordinatensystem von 4.*

Du kannst dazu auch eine Dynamische-Geometrie-Software (DGS) nutzen.

1. *Erkläre wie man nur mit Hilfe eines geeigneten Graphen Seitenlängen für ein Rechteck mit einem Flächeninhalt von finden kann. Ermittle aus dem Graphen drei zusammengehörende Seitenlängen*.

Bruchfunktionen Aufgabenblatt 2

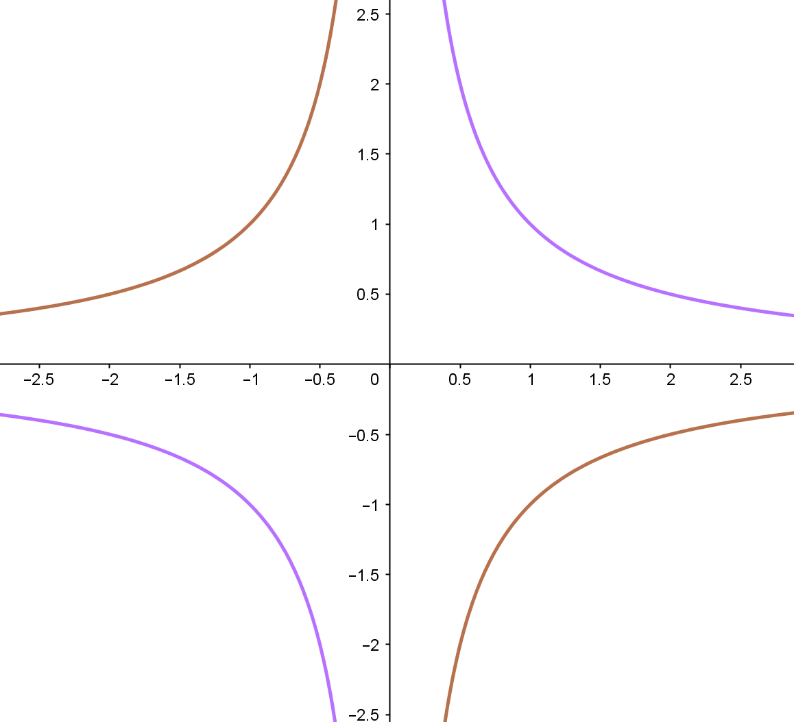
Schöne Bilder mit Bruchfunktionen



Das Ziel dieser Aufgabenserie ist die Erstellung von Bildern mit Hilfe von Bruchfunktionen. Ein Beispiel ist hier dargestellt. Es handelt sich um eine Parkettierung. Bei einer Parkettierung wird die gesamte Ebene durch kongruente Grundfiguren lückenlos überdeckt.

Das Bild setzt sich aus vier Grundfiguren zusammen. Diese Grundfiguren sollen zunächst erstellt werden, jedoch ohne die Kreise.

Die Funktion mit der Gleichung ist ein Beispiel für eine Bruchfunktion, denn die Funktionsvariable steht im Nenner des Funktionsterms. Mit solchen Bruchfunktionen kann man mit einer DGS Bilder wie das untenstehende erzeugen, das für die Grundfigur der Parkettierung genutzt werden kann



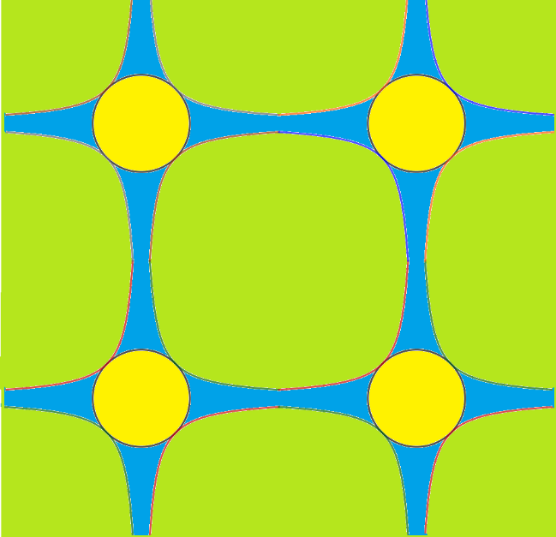
1. *Gib in die Eingabezeile der DGS zunächst Bruchfunktionen mit Gleichungen der Form für verschiedene Werte von ein und notiere Gemeinsamkeiten und Unterschiede*.

Um die Grundfigur zu erzeugen, muss man zwei spezielle Bruchfunktionen verwenden.

1. *Gib in der Eingabezeile ein*: f1(x)=1/x. *Beobachte, was auf dem Zeichenblatt dargestellt wird*.
2. Es soll nun auch der Rest des Bildes dargestellt werden. *Erzeuge dazu eine Funktion* f2, *indem du den Term der Funktion* f1 *mit einem geeigneten Vorfaktor versiehst*.
3. In der oben dargestellten Parkettierung sind die Grundfiguren quadratisch. Daher muss der Definitionsbereich der Funktionen eingeschränkt werden. *Führe eine geeignete Einschränkung durch*.

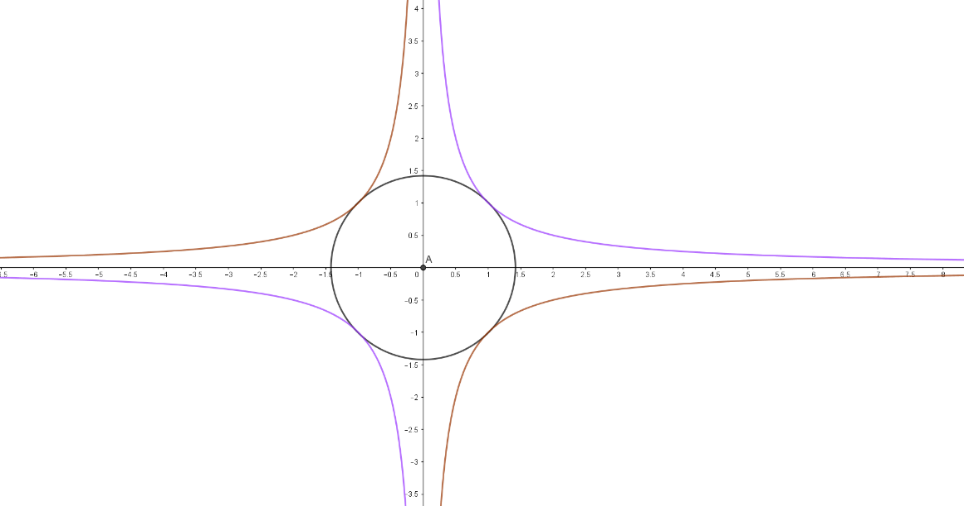
Bruchfunktionen Aufgabenblatt 3

Kreise einfügen



Im Bild siehst du noch einmal das Parkett aus Aufgabenblatt 2. Jetzt wird der Kreis in die Grundfigur eingefügt und das Parkett aus der Grundfigur zusammengesetzt.

Der Kreis berührt alle vier Teile der beiden Graphen, aus denen die Grundfigur besteht. Radius und Mittelpunkt dieses Kreises sollen näher untersucht werden.



1. *Gib an, in welchem Punkt der Mittelpunkt des Kreises liegt. Untersuche mit einer DGS, ob das für alle Bruchfunktionen gleich ist*.

Um den Radius zu untersuchen, benötigt man den Berührpunkt zwischen Kreis und Graphen.

1. Den Berührpunkt kann man mit Hilfe einer Hilfslinie bestimmen. Der Berührpunkt ist dann der Schnittpunkt von Hilfslinie und Graph. *Beschreibe die Hilfslinie*.



1. *Konstruiere den Kreis um den Ursprung durch den Berührpunkt*.

Im zweiten Schritt soll die Grundfigur nun mehrfach nebeneinander gezeichnet werden. Dazu müssen die Graphen der Bruchfunktionen und die Kreise geeignet verschoben werden.

1. *Erzeuge nun eine Parkettierung aus mindestens vier Grundfiguren mit Kreis*.

Du kannst die entstandene Parkettierung ausdrucken und farbig bemalen. Du kannst sie auch in ein Graphikprogramm importieren und dort die Flächen einfärben.

Bruchfunktionen Aufgabenblatt 4

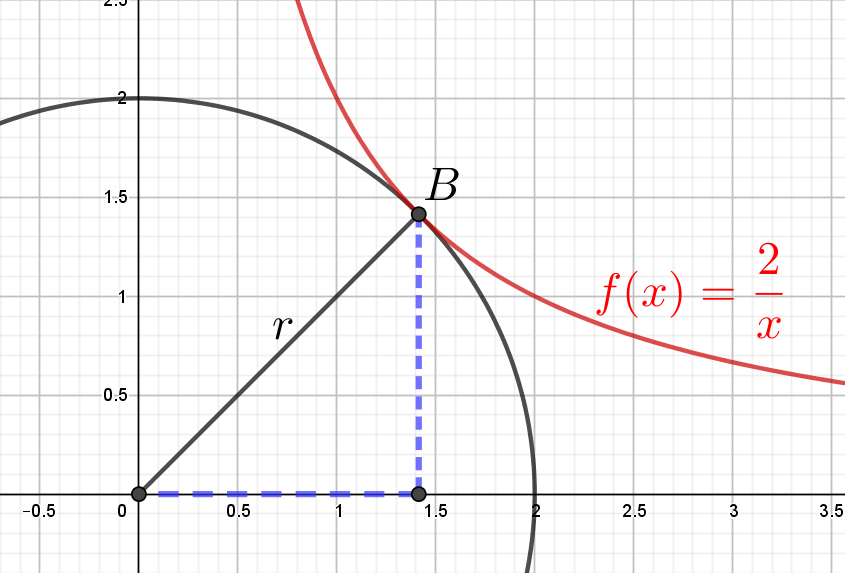
Rechnerische Bestimmung des Radius

Für die Parkettierung hast du einen Kreis konstruiert, der genau zwischen die Graphen passt. Auf diesem Arbeitsblatt wird untersucht, wie man den Radius dieses Kreises für verschiedene Bruchfunktionen bestimmen kann.

In der Datei zusammenhang\_a\_r.ggb sind der Graph der Funktion mit der Gleichung und der Kreis, der die beiden Teile des Graphen berührt, dargestellt. Der Radius des Kreises wird angezeigt. Mit dem Schieberegler kann der Wert von verändert werden.

1. *Untersuche den Zusammenhang zwischen und , indem du zu unterschiedlichen Werten von den zugehörigen Radiuswert in einer Wertetabelle notierst*.
2. *Trage die Ergebnisse aus der Wertetabelle als Punkte in ein Koordinatensystem ein*.
3. *Beschreibe Eigenschaften des Graphen, auf dem die Punkte liegen*.
4. *Stelle mit einer DGS den Graphen der Funktion mit der Gleichung* f1(x)=sqrt(x) *dar*.
5. *Passe die Funktionsgleichung so an, dass die Punkte von Teil 2 auf dem Graphen liegen*.

Du kannst den Radius des Kreises auch durch Rechnungen bestimmen. Das soll in den folgenden Aufgabenteilen geschehen.

In der Abbildung sind der Graph der Funktion mit der Gleichung , der Kreis und einige Hilfslinien dargestellt.

1. *Berechne die Koordinaten des Berührpunktes .* Du kannst dazu die Winkelhalbierende durch eine Funktionsgleichung beschreiben.
2. *Aus den Längen der gestrichelten Strecken kannst du nun den Radius berechnen*. Beachte, dass durch die Hilfslinien ein Dreieck entstanden ist.
3. *Verallgemeinere die Rechnungen aus den Teilen 6 und 7 für die Funktion mit der Gleichung* .

Bruchfunktionen Aufgabenblatt 5

Eigenschaften der Graphen von Bruchfunktionen

Die Graphen von Bruchfunktionen haben Eigenschaften, die du bei den bisher bekannten Funktionstypen teilweise noch nicht gesehen hast.

In diesem Arbeitsblatt wird als besonders einfache Bruchfunktion die mit der Gleichung

betrachtet.

1. *Beschreibe welche Eigenschaften der Graph hat. Welche kennst du bereits von anderen Funktionen? Welche sind neu für dich?*

Es soll nun untersucht werden, ob die beobachteten Eigenschaften nur durch die graphische Darstellung vorgetäuscht werden oder ob es mathematische Begründungen dafür gibt.

Zunächst werden die Achsenschnittpunkte untersucht.

1. *Gib mathematische Begründungen dafür, dass es keine Achsenschnittpunkte geben kann.*

Bei vielen Bruchfunktionen gibt es Zahlen, die man nicht in den Funktionsterm einsetzten kann. Solche Stellen nennt man Definitionslücken der Funktion.

1. *Untersuche, wie sich die Funktionswerte verhalten, wenn man von rechts immer näher an die Definitionslücke herankommt.*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0.1 | 0.01 | 0.001 | 0.00000001 |
|  |  |  |  |  |

1. *Untersuche, wie sich die Funktionswerte verhalten, wenn man von links immer näher an die Definitionslücke herankommt.*
2. *Untersuche, wie sich die Funktionswerte verändern, wenn du für immer größere bzw. immer kleinere Zahlenwerte einsetz*t.
3. *Untersuche den Graphen der Bruchfunktion auf Symmetrieeigenschaften.*

Auch die Funktion mit der Gleichung ist eine Bruchfunktion.

1. *Untersuche, ob der Graph der Funktion die gleichen Eigenschaften wie der Graph der Funktion hat.*
2. *Untersuche auch die Graphen von weiteren Bruchfunktionen auf ihre Eigenschaften hin.*