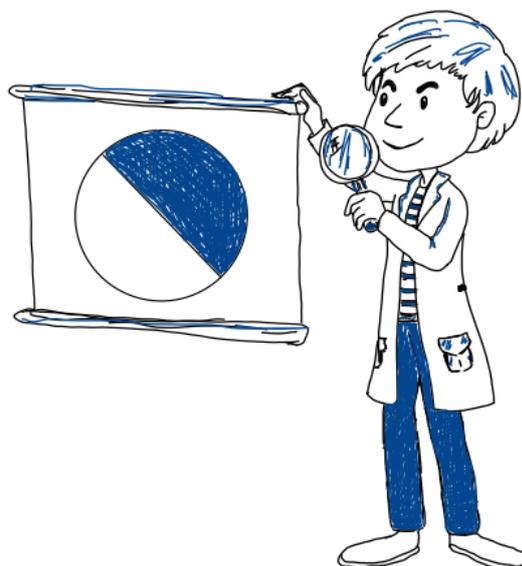
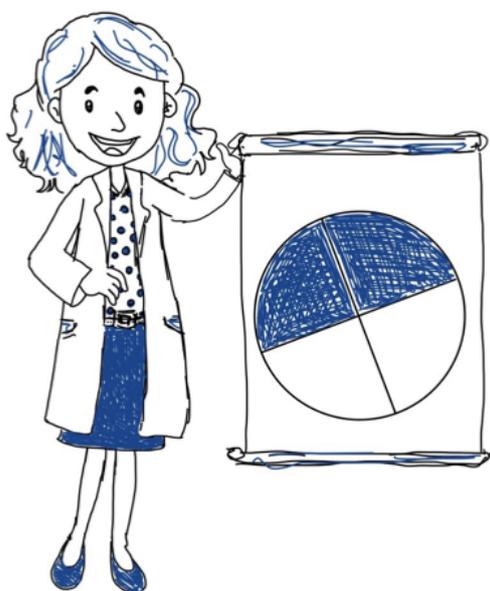


Eine Reise in die Welt der

BRÜCHE



Dieses Forscherheft gehört: _____

SINUS.NRW

Eine Reise in die Welt der Brüche – Forscherheft zur Unterrichtsreihe „Anteilsvorstellung als Grundlage der Bruchrechnung“.

2. Auflage, 2022, vollständig überarbeitet

Das vorliegende Arbeitsheft ist entstanden im Zusammenhang des Projektes MA-17-604 „Aufbauendes fachliches Lernen als Basis binnendifferenzierten Unterrichts in Lerngruppen mit ausgeprägter Heterogenität – exemplarisch erarbeitet am Beispiel der Idee des Anteils und der Prozentrechnung“ (2017 – 2020).

Autorinnen:

Annett Veit, Peter-August-Böckstiegel-Gesamtschule,
Borgholzhausen

Katharina Jarczak, Karla-Raveh-Gesamtschule, Lemgo

Jeanette Fuhrmann, Karla-Raveh-Gesamtschule, Lemgo

Klara Kolcov, Gesamtschule Schloß Holte-Stukenbrock

Layout: Annett Veit, Katharina Jarczak

Grafische Umsetzung: Katharina Jarczak

weitere Mitwirkende:

Rudolf vom Hofe, Universität Bielefeld

Sebastian Kollhoff, Universität Bielefeld

Joachim Roß, QUA-LiS NRW, Soest

Der Begleitartikel zur Unterrichtsreihe ist erschienen in SINUS.NRW: Motivation durch kognitive Aktivierung. Impulse zur Weiterentwicklung des Unterrichts in den MINT-Fächern (Beiträge zur Schulentwicklung | Praxis), Roß, Joachim (Hrsg.), (2020). Bielefeld: wbv media.

Frei verfügbar zum Download unter
https://www.schulentwicklung.nrw.de/sinus/front_content.php?idcat=3525&idart=14156

Das Arbeitsheft ist frei verfügbar zum Download unter
https://www.schulentwicklung.nrw.de/sinus/front_content.php?idcat=5524.

Diese Publikation mit Ausnahme der Grafiken der letzten Seite ist unter folgender Creative-Commons-Lizenz veröffentlicht: creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/de



Für alle in diesem Werk verwendeten Warennamen sowie Firmen- und Markenbezeichnungen können Schutzrechte bestehen, auch wenn diese nicht als solche gekennzeichnet sind. Deren Verwendung in diesem Werk berechtigt nicht zu der Annahme, dass diese frei verfügbar seien.

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

auf den Seiten dieses Arbeitsheftes wirst du viele neue und spannende Zusammenhänge aus der Welt der Mathematik kennenlernen. Nach und nach wirst du dabei die Welt der Brüche erkunden. Auf deiner Reise durch dieses Arbeitsheft helfen dir einige Symbole und Hinweise am Seitenrand, die dir hier noch genauer vorgestellt und erklärt werden:

Die Brille



Sie möchte dich darauf hinweisen, dass an dieser Stelle im Arbeitsheft eine wichtige Information steht, die du aufmerksam lesen solltest, damit du gut weiterarbeiten kannst.

Das Licht



An diesen Stellen im Arbeitsheft kannst du einen spannenden mathematischen Zusammenhang entdecken. Hier wird dir im wahrsten Sinne des Wortes „ein Licht aufgehen“.

Das Gehirn



Das neu gelernte Wissen wird regelmäßig in Form von kurzen Infokästen noch einmal für dich zusammengefasst, so dass du es dir gut einprägen kannst. Das Symbol weist dich auf solche Wissensübersichten hin.

Die Hand



Mathematik passiert nicht nur, indem du mit Zettel und Stift rechnest – wann immer dir dieses Symbol begegnet wird es aktiv: Hier ist dein Forschergeist mal anders gefragt.

Das Team



Gemeinsam statt einsam! Wann immer dir dieses Symbol begegnet, ist Teamarbeit gefragt! Löse diese Aufgaben gemeinsam mit einer Partnerin/einem Partner!

Der Rückblick



An diesen Stellen sollst du als Forscher noch einmal kurz auf deiner weiteren Reise durch das Arbeitsheft Halt machen und auf all die mathematischen Inhalte und Zusammenhänge zurückblicken, die du bis zu diesem Zeitpunkt schon entdeckt und gemeistert hast.

Die Sprechblasen



An diesen Stellen sollt ihr als Klasse bzw. Kurs einmal gemeinsam über ein mathematisches Problem nachdenken, euch austauschen und über eure unterschiedlichen Meinungen, Lösungsstrategien und Denkweisen diskutieren. Anregende Impulse und Fragestellungen fürs Gespräch finden sich auf den letzten Seiten des Arbeitsheftes.

Das Bonbon



Du hast die anderen Aufgaben zu einem Thema bereits alle bearbeitet oder du suchst weitere Herausforderungen? Dann sind die Bonbon-Aufgaben genau das Richtige für dich! Sammle durch die Bearbeitung dieser Aufgaben im Arbeitsheft „Zusatzpunkte“. Eine Übersicht über alle Vorhandenen Bonbon-Aufgaben findest du am Ende des Arbeitsheftes.

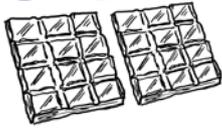
Alles klar?! – Dann steht der Reise in die Welt der Brüche nichts mehr im Weg!

Viel Spaß beim Forschen, Entdecken und Bonbons sammeln!

Bestimmen von Bruchteilen: Gerecht Teilen



Aufgabe 1 Wurde gerecht aufgeteilt? Entscheide für jedes Bild und kreuze an.



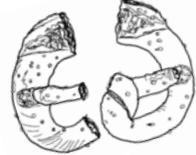
Die Schokolade wurde ...

- gerecht geteilt.
- nicht gerecht geteilt.



Der Käse wurde ...

- gerecht geteilt.
- nicht gerecht geteilt.



Das Brezel wurde ...

- gerecht geteilt.
- nicht gerecht geteilt.



Die Birne wurde...

- gerecht geteilt.
- nicht gerecht geteilt.



Die Walnuss wurde...

- gerecht geteilt.
- nicht gerecht geteilt.



Die Waffel wurde...

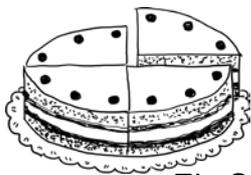
- gerecht geteilt.
- nicht gerecht geteilt.

Aufgabe 2 Vervollständige die Tabelle.

Anzahl der Teile	Name der Teile
drei Teile	<i>Drittel</i>
vier Teile	
sechs Teile	

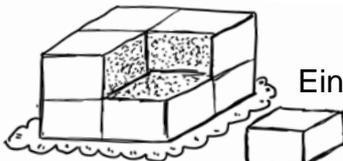
Anzahl der Teile	Name der Teile
sieben Teile	
neun Teile	
zehn Teile	

Aufgabe 3 Die Kuchen in den Abbildungen sind in gleich große Teile geteilt. Gib an, welcher Bruchteil des Ganzen hier abgeteilt wurde.



Ein Stück ist ein _____ der Torte.

Ein Stück ist ein _____ der Torte.



Ein Stück ist ein _____ der Torte.

Ein Stück ist ein _____ der Torte.



Ein Stück ist ein _____ der Torte.

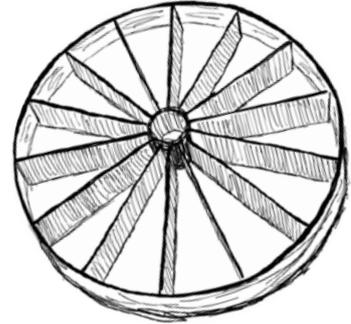
Teile von Ganzen: Anteile

Einstieg

Die Torte im Bild soll mit dem Tortenteiler in gleich große Teile zerschnitten werden.



Wie viele Teile werden es sein?
Wie heißt eines dieser Teile einer ganzen Torte?



Stell dir nun vor, du zerlegst das Ganze (z.B. eine Torte) in eine andere Anzahl gleich großer Teile (indem du z.B. verschiedene Tortenteiler benutzt).

In wie viele gleich große Teile wurde das Ganze in den folgenden Abbildungen zerlegt?
Wie heißt hier jeweils ein solcher Teil eines Ganzen?

In so viele Teile ist das Ganze hier unterteilt:					
Ein Teil des Ganzen heißt hier:					

Aufgabe 1

Wie viele Drittel, Viertel,... ergeben jeweils einen ganzen Kuchen?

Erkläre:

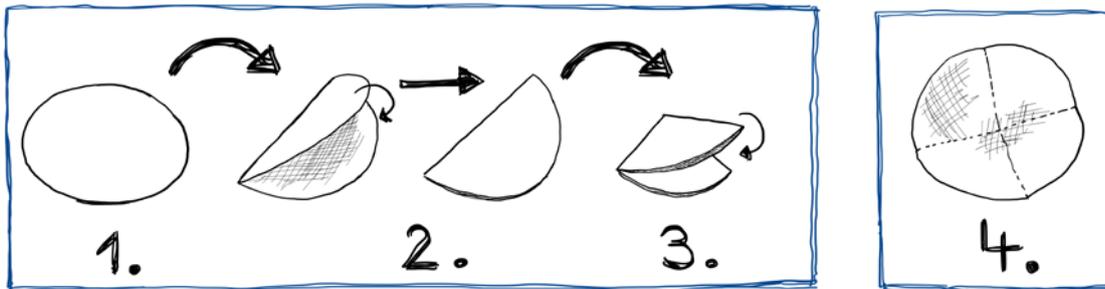


Stammbrüche: Anteile bestimmen

Anteile durch Falten darstellen

Falte wie in der Abbildung den roten Kreis aus Papier (1.) in der Mitte (2.).
Wiederhole den Schritt, indem du den Halbkreis nochmals in der Mitte faltest (3.).

Wenn du das Gefaltete nun öffnest, hat dein Papier zwei Faltnlinien (4.).

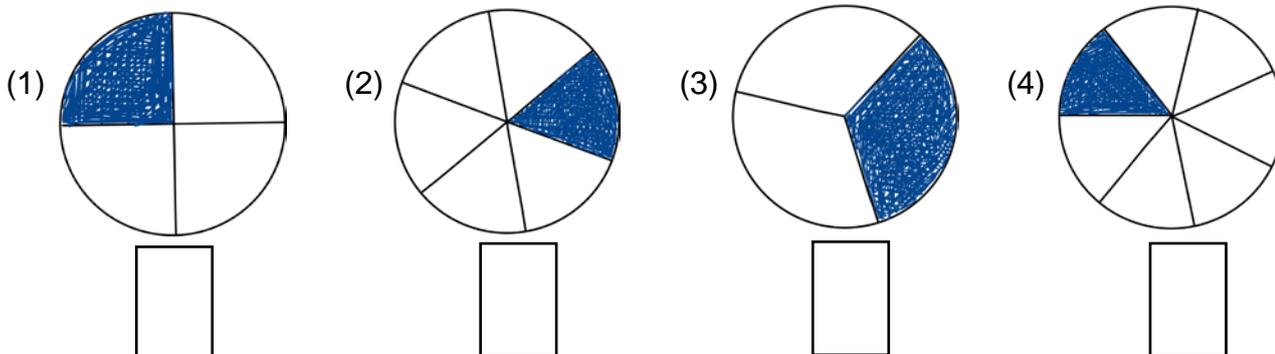


Schneide nun ein Viertel der Kreisfläche des roten Papiers aus.

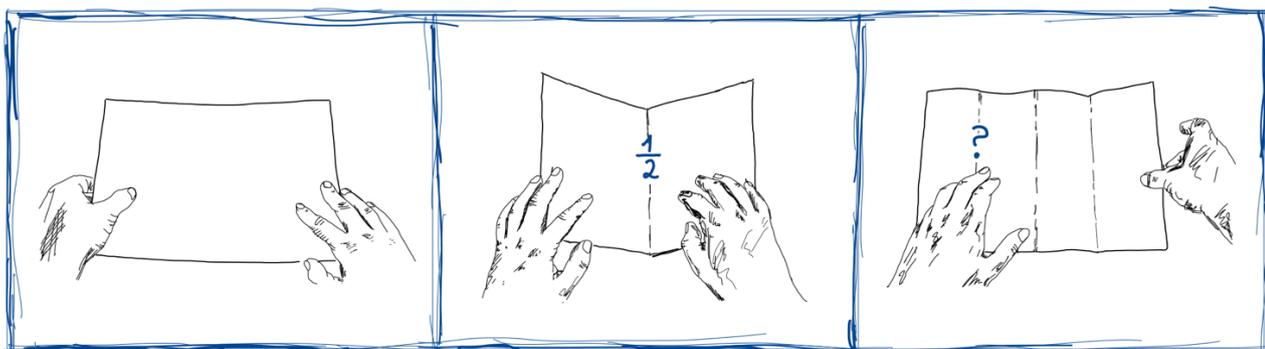
Wiederhole die Faltschritte mit dem blauen Kreis und schneide die Hälfte ab.

Wiederhole die Faltschritte mit dem grünen Kreis aber so, dass du insgesamt acht anstatt vier gleichgroßer Flächen erhältst. Schneide dann ein Achtel dieser Kreisfläche aus.

Aufgabe 1 Bestimme den Teil der Fläche, der dunkelblau eingefärbt ist.



Aufgabe 2 Auch ein Rechteck stellt ein Ganzes dar. Falte ein DIN-A4 Blatt wie in dem Bild 2. Falte es auf und beschrifte es wie im Bild 2.



Falte das Blatt erneut, wie im Bild 3. Wie viele Teile hast du erhalten? Beschrifte die linke Faltnlinie mit dem zugehörigen linksliegenden Bruchteil.

Wiederhole den Faltvorgang noch einmal. Wie viele Teile hast du jetzt erhalten? Beschrifte die neu hinzugekommene linke Faltnlinie, mit dem zugehörigen Bruch.

Aufgabe 3

Falte ein rechteckigen Blatt Papier so, dass du ...

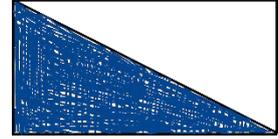
- (1) ein Viertel ... (2) ein Achtel ... (3) ein Drittel ... (4) ein Sechstel ...

anschließend färben kannst.



Aufgabe 4

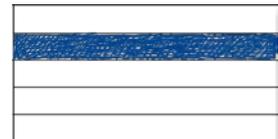
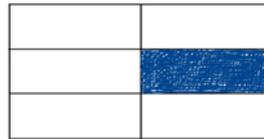
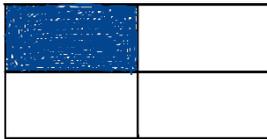
In wie viele gleich große Teile ist das Ganze zerlegt? Wie heißt ein solcher Teil? Schreibe unter die Abbildung.



(1) _____

(2) _____

(3) _____



(4) _____

(5) _____

(6) _____

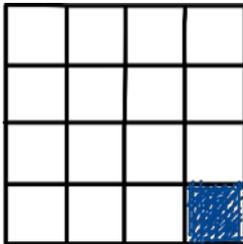
Aufgabe 5

In wie viele gleich große Teile wurden die Quadrate gefaltet?

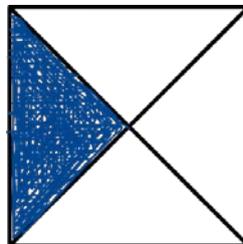
Notiere den Bruch, der den gefärbten Bruchteil beschreibt unter den Abbildungen.



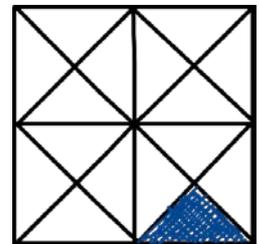
Blatt 1:



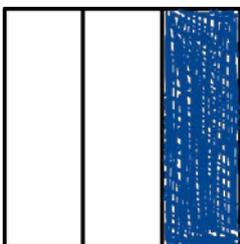
Blatt 2:



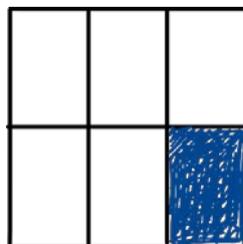
Blatt 3:



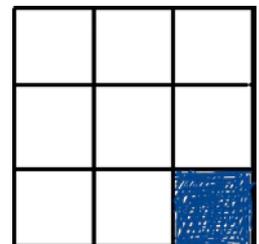
Blatt 4:



Blatt 5:



Blatt 6:





Falte und färbe selbst quadratische Blätter wie oben abgebildet und klebe sie in dein Heft.

Aufgabe 6

1. Stelle jeweils die beiden Brüche auf zwei verschiedene Arten dar. Falte dafür zu jedem Bruch zwei quadratische Blätter. Klebe die Blätter anschließend in dein Heft.

(1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{1}{8}$

2. Falte zwei quadratische Blätter so, dass du 16 gleich große Teile erhältst. Zeichne auf diesen Blättern die folgenden Brüche ein:

(1) Blatt 1: Vorderseite: $\frac{1}{16}$ Rückseite: $\frac{1}{8}$

(2) Blatt 2: Vorderseite: $\frac{1}{4}$ Rückseite: $\frac{1}{2}$



Aufgabe 7

In wie viele gleich große Teile ist das Ganze zerlegt?
Wie heißt ein solches Teil? Schreibe unter die Abbildung.

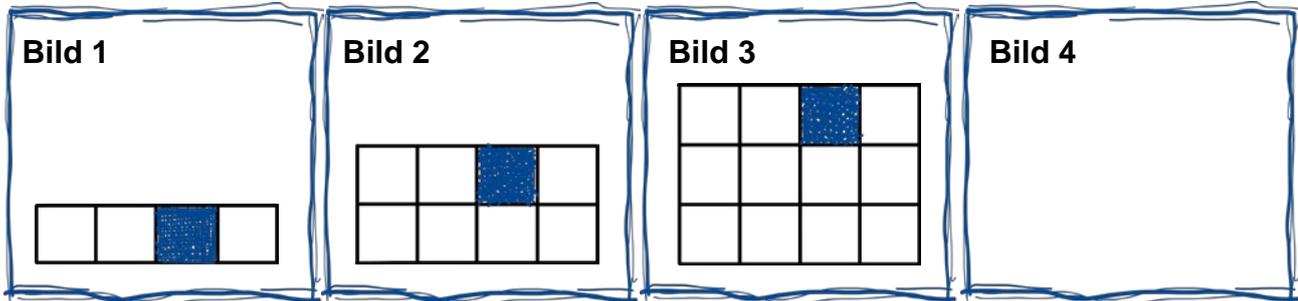
Anzahl Teile:				
Ein Teil heißt...				

Anzahl Teile:				
Ein Teil heißt...				

Anteile bestimmen und ablesen

Aufgabe 1

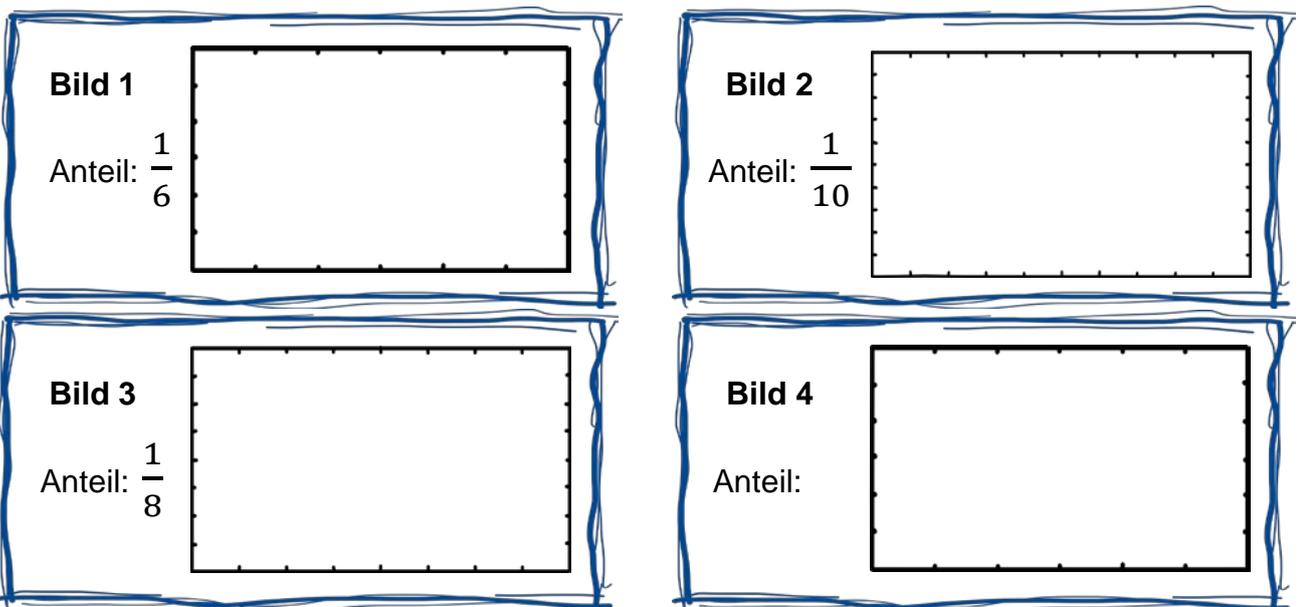
Wie groß ist der blaue Anteil in jedem Bild? Die Bilder verändern sich nach einem Muster. Wie könnte es in Bild 4 weitergehen?



Anteil: _____ Anteil: _____ Anteil: _____ Anteil: _____

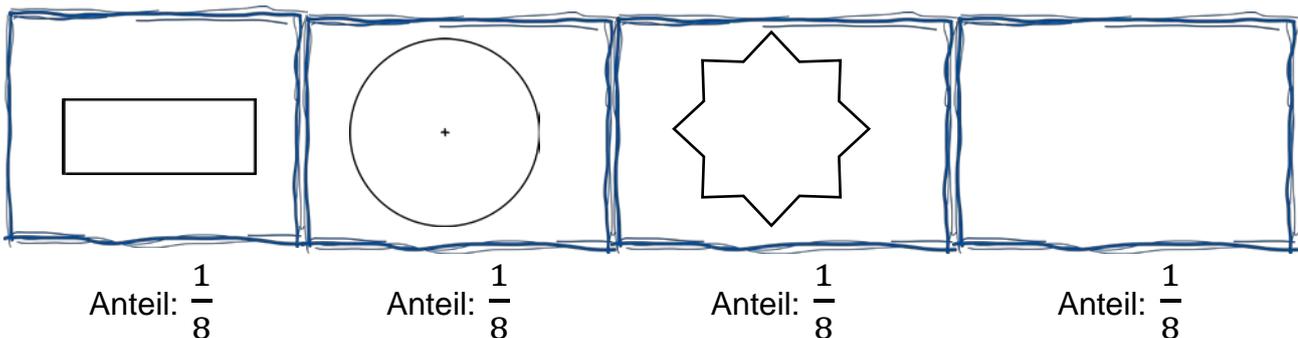
Aufgabe 2

Zeichne für Bild 1 bis 3 den Anteil passend ein. Welchen Anteil könnte man in Bild 4 mit Hilfe der Markierungen einzeichnen? Zeichne diesen Anteil.



Aufgabe 3

Zeichne für jedes Bild den Teil ungefähr passend ein. Ergänze ein viertes Bild.



Brüche: Anteile vom Ganzen bestimmen

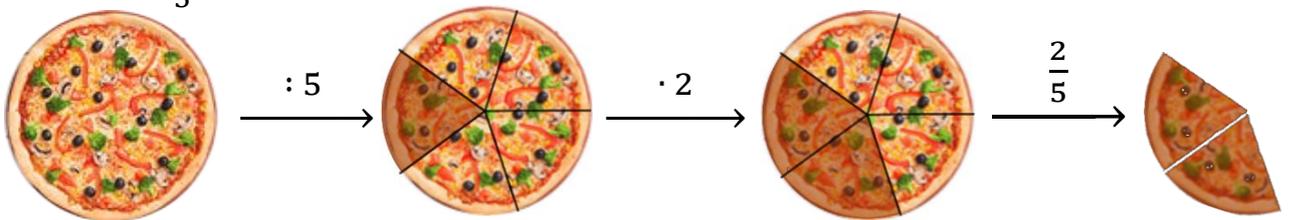


Mehrere Stücke vom Ganzen bestimmen

In der Auslage einer Bäckerei siehst du diese drei verschiedenen Torten. Wie viel ist von jeder Torte noch übrig?

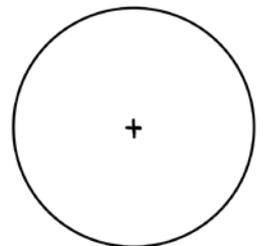
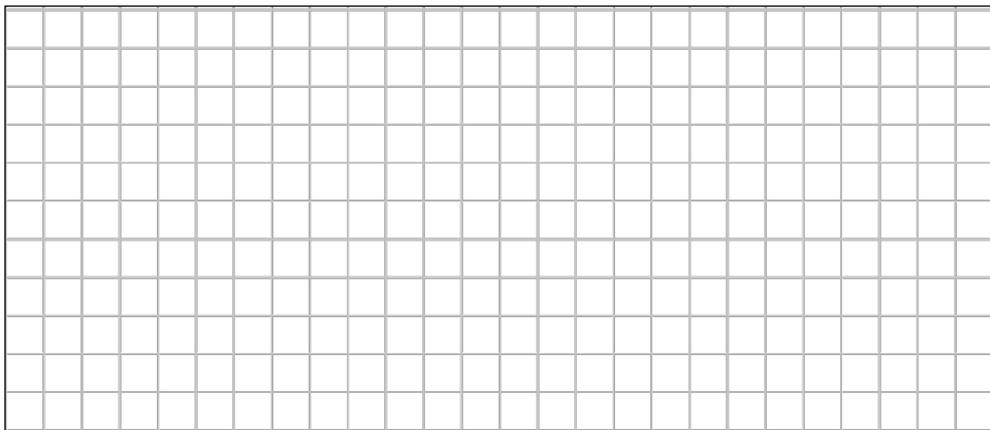


Eine Pizza ist in fünf gleich große Stücke aufgeschnitten. Sarah nimmt zwei von diesen Stücken. Das sind dann zwei Fünftel der ganzen Pizza. Statt „zwei Fünftel“ schreibt man auch $\frac{2}{5}$.



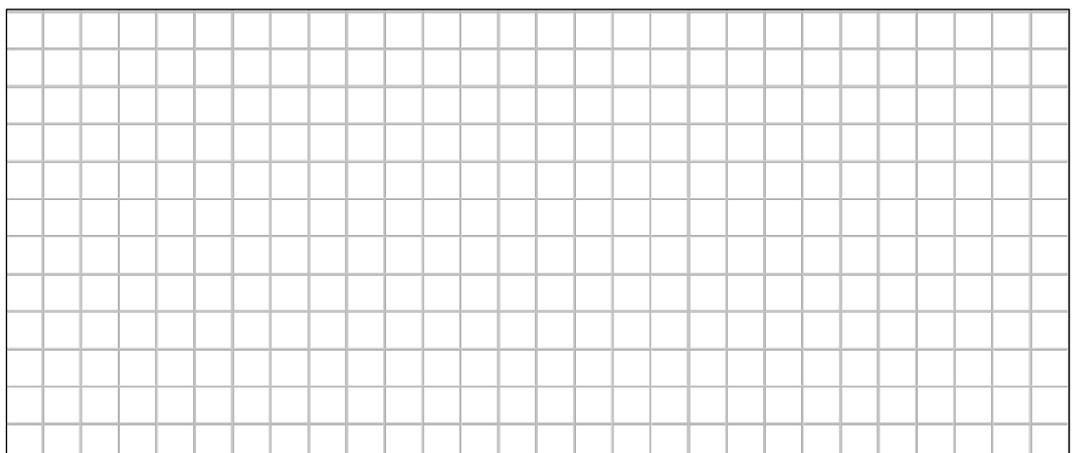
Aufgabe 1

Erkläre, wie $\frac{5}{8}$ des Ganzen entstehen und zeichne sie in die Kreisfläche ein.



Aufgabe 2

Erkläre, wie $\frac{3}{8}$ des Ganzen entstehen und zeichne sie in die Rechteckfläche ein.



Aufgabe 4 Welche Brüche werden durch die Kreise dargestellt?

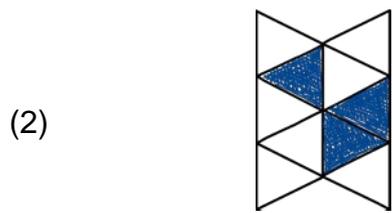
Kreis						
Bruch						

Lösungen zur Aufgabe: $\frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{10}, \frac{5}{8}, \frac{1}{8}, \frac{2}{6}$

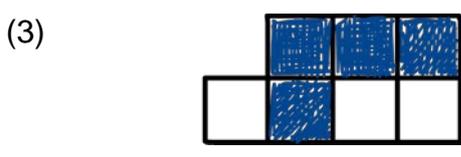
Aufgabe 5 Welcher Bruchteil ist blau gefärbt? Ergänze wie im Beispiel.



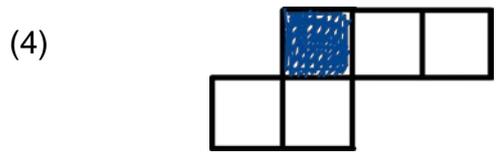
2 von 6 Flächen sind blau, also $\frac{2}{6}$



___ von ___ Flächen sind blau, also



___ von ___ Flächen sind blau, also



___ von ___ Flächen sind blau, also

Aufgabe 6 Aus wie vielen gleichen Teilen besteht die Figur jeweils? Wie viele Teile sind jeweils gefärbt? Notiere den gefärbten Bruchteil!

<input type="text"/>					



Aufgabe 7 Es gibt mehrere Schreibweisen, um den markierten Bruchteil anzugeben! Notiere zwei Möglichkeiten zu jedem Bild, wie im Beispiel.

z.B.: $\frac{12}{24} = \frac{1}{2}$	<input type="text"/>				

Aufgabe 8

Ben behauptet: „Ich habe ein Drittel des Gartenbeetes mit Tomaten, ein Drittel mit Gurken, ein Drittel mit Radieschen und ein Drittel mit Paprika bepflanzt. Kann das sein?

Begründe mit Hilfe einer Zeichnung:



Aufgabe 9

Von einem Gartenbeet bearbeitet Leona $\frac{1}{5}$ und Laura bearbeitet $\frac{1}{4}$. Wer von beiden hat die größere Fläche des Beetes bearbeitet?

Begründe durch zwei Zeichnungen:



Rückblick

Ergänze den Lückentext mit Hilfe der Begriffe auf den Karten.



In dem Bild  sind _____ des Streifens markiert.

Der _____ beschreibt den

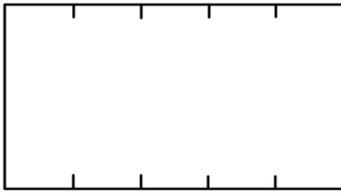
Anteil, der gefärbt wurde.

Die Zahl 8 ist der _____ des Bruches und gibt an, in wie viele gleich große _____ das _____ geteilt wurde.

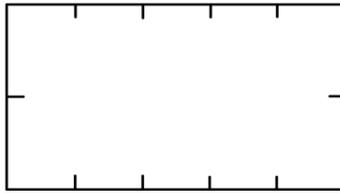
Die Zahl 3 ist der _____ des Bruches und gibt an, wie viele Felder zum Anteil gehören.

Anteile einzeichnen und ablesen

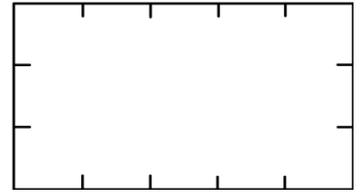
Aufgabe 1 Zeichne jeweils den Anteil ein. Vergleiche die Bilder miteinander.



$$\frac{4}{5}$$

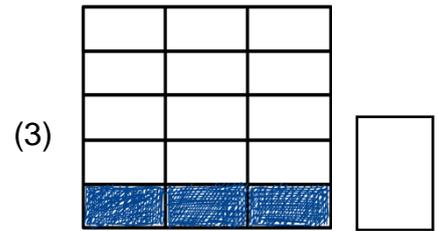
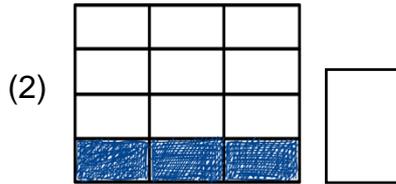
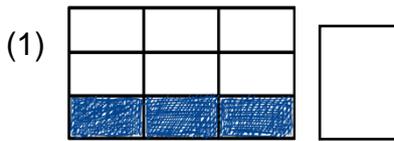


$$\frac{4}{10}$$

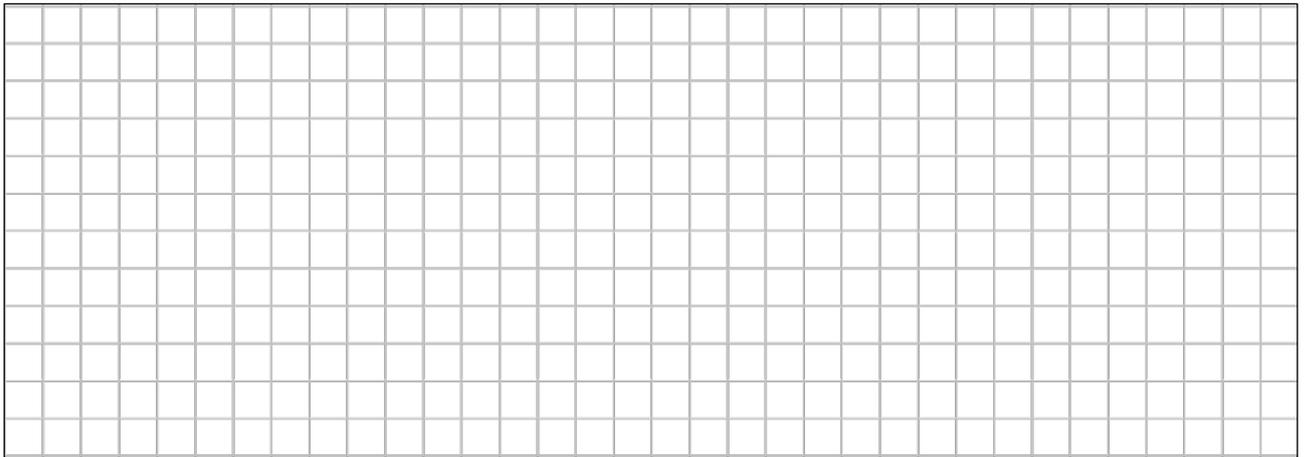


$$\frac{4}{15}$$

Aufgabe 2 Bestimme die Anteile und vergleiche sie.



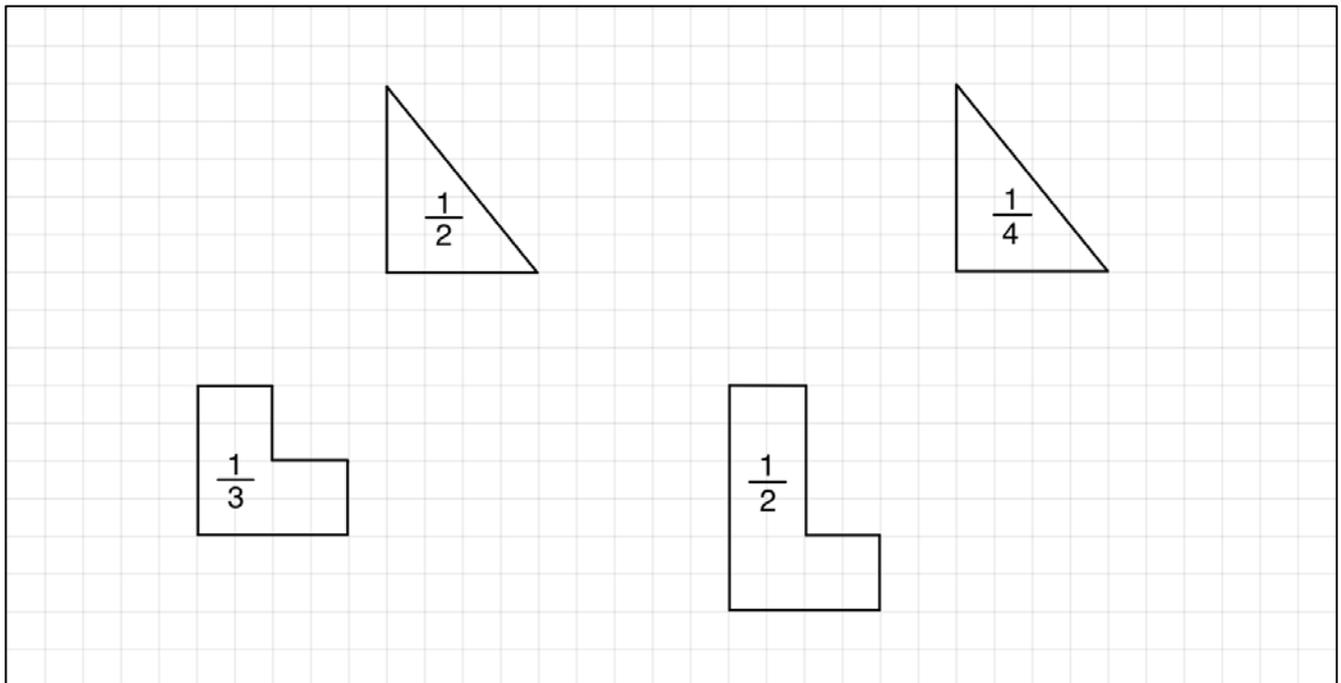
Was fällt dir auf?



Aufgabe 3 Welcher Bruch wird durch die dunkle Fläche dargestellt? Welcher Bruch beschreibt die helle Fläche?

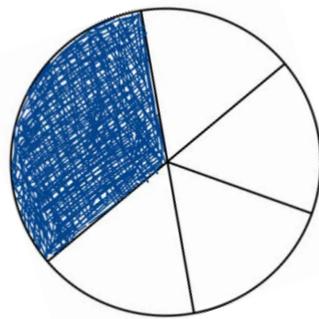
Figur						
Bruch (dunkle Fläche)	<input type="text"/>					
Bruch (helle Fläche)	<input type="text"/>					

Aufgabe 4 Der Anteil ist dargestellt. Ergänze zu einem Ganzen.



Aufgabe 5 Ben überlegt:

Wieso soll der blau gefärbte Anteil $\frac{1}{3}$ sein und nicht $\frac{1}{5}$?
 Der Kreis wurde doch in insgesamt fünf Teile geteilt und nicht in drei...?!?

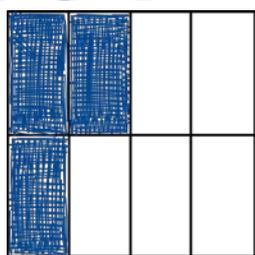


Erkläre deinem Mitschüler, was Ben beim Bestimmen von Anteilen nicht richtig überlegt hat. Diskutiere hierfür zunächst mit deinem Tischnachbarn.

Formuliert dann gemeinsam eine Erklärung:



Rückblick Welcher Bruch ist gefärbt? Ergänze die Sätze:

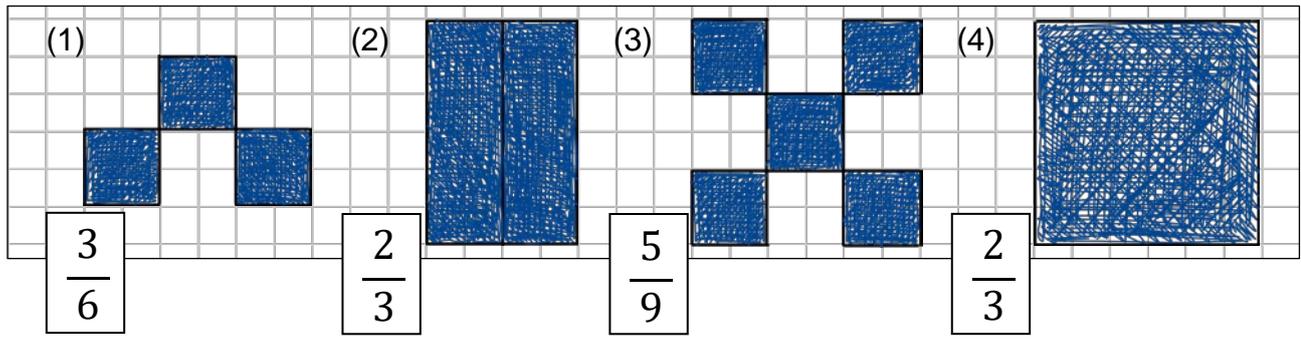


Das Rechteck wurde in _____ gleich große Teile unterteilt.
 _____ Teile sind dunkel gefärbt. Also sind _____ des Rechtecks dunkel gefärbt. _____ Teile sind weiß gefärbt. Also sind _____ des Rechtecks weiß gefärbt.



Aufgabe 8

Die Fläche stellt den angegebenen Anteil eines Ganzen dar.



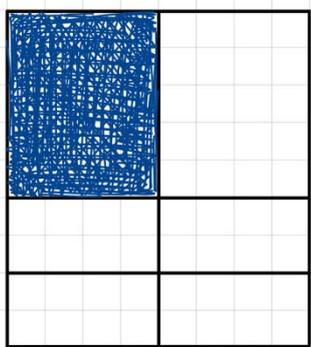
Zeichne die Anteile ab und ergänze sie jeweils zu einem Ganzen:

Rückblick

Der Bruchteil $\frac{1}{6}$ ist falsch dargestellt.



Erkläre, was an der Darstellung falsch ist:

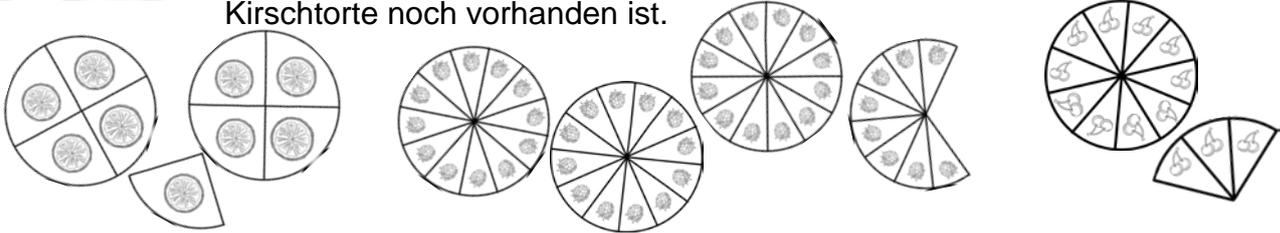


Hilfreiche Wörter für dich:
 sechs Teile, eingefärbt,
 Ganzes, alle Teile,
 gleich groß

Unechte Brüche: Gemischte Schreibweise

Einstieg

Im Schaufenster einer Bäckerei stehen noch Reste der Torten des Tages. Gib auf verschiedene Weisen an, wie viel Orangentorte, Himbeertorte und Kirschtorte noch vorhanden ist.

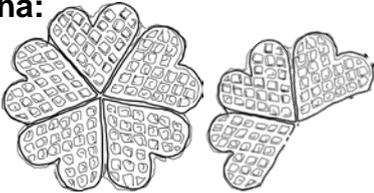


Aufgabe 1

Ben und Leona haben Waffeln gebacken. Leona isst eine ganze Waffel und drei Fünftel einer zweiten Waffel. Ben isst drei ganze Waffeln.

Stelle als Bruch dar, wie viel Leona und Ben jeweils gegessen haben.

Leona:



$$\frac{\quad}{5} \text{ und } \frac{\quad}{5} = \frac{\quad}{5}$$

$$\frac{\quad}{5} = 1 \frac{\quad}{5}$$

Ben:



$$\frac{\quad}{5} \text{ und } \frac{\quad}{5} \text{ und } \frac{\quad}{5} = \frac{\quad}{5}$$

$$\frac{\quad}{5} = \frac{\quad}{\quad}$$



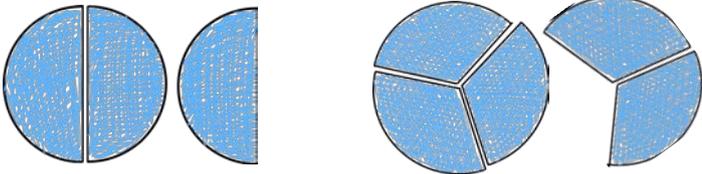
Brüche, die *kleiner als ein Ganzes* sind, nennt man **echte Brüche**: $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{7}{9}$ usw.

Brüche können aber auch *größer als ein Ganzes* oder *gleich groß wie ein Ganzes* sein.

Solche Brüche nennt man **unechte Brüche**: $\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{3}{3}, \frac{27}{16}$ usw.

Unechte Brüche kann man auch in der **gemischten Schreibweise** notieren:

- (1) Zuerst schreibt man auf, wie viele Ganze in dem Bruch stecken.
- (2) Dahinter schreibt man den Bruch, der dann noch übrig bleibt.



Beispiele: $\frac{3}{2} = \frac{2}{2} + \frac{1}{2}$

$\frac{5}{3} = \frac{3}{3} + \frac{2}{3}$

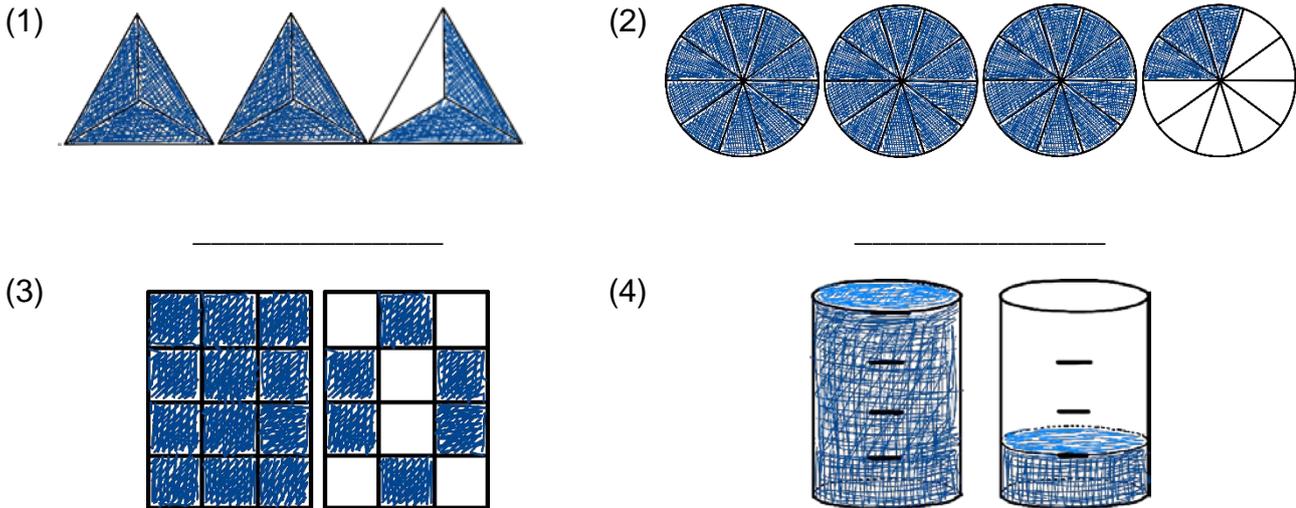
Die gemischte Schreibweise ist also eine Kurzschreibweise für eine Summe aus einer natürlichen Zahl und einem echten Bruch.

Manche unechten Brüche lassen sich sogar ganz einfach als natürliche Zahl schreiben:

Beispiel: $\frac{6}{2} = 3 \left(= \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{2}{2} \right)$

Aufgabe 2

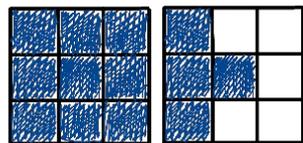
Hier wurden Brüche dargestellt. Notiere die Brüche in der gemischten Schreibweise und als unechten Bruch.



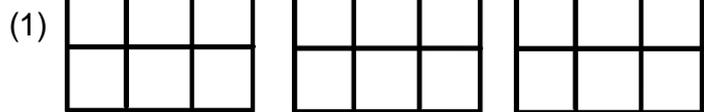
Aufgabe 3

Färbe die Bruchteile ein und schreibe als gemischte Zahl wie im Beispiel.

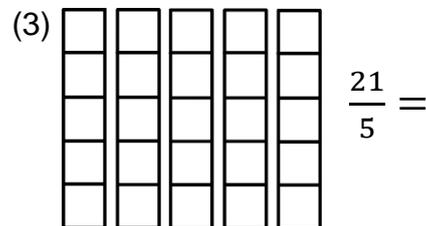
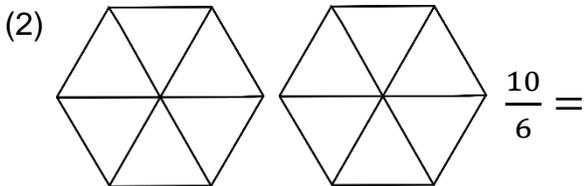
Beispiel:



$$\frac{13}{9} = 1 \frac{4}{9}$$



$$\frac{15}{6} =$$



Aufgabe 4

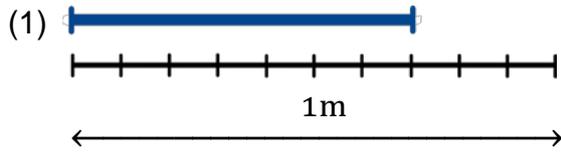
	... 2 Ganze	... 3 Ganze	... 5 Ganze	... 7 Ganze	... 10 Ganze
So viele Halbe sind ...	$\frac{\quad}{2}$	$\frac{\quad}{2}$	$\frac{\quad}{2}$	$\frac{\quad}{2}$	$\frac{\quad}{2}$
So viele Drittel sind ...	$\frac{\quad}{3}$				
So viele Achtel sind ...					
So viele Sechstel sind ...					
So viele Zwölftel sind ...					





Aufgabe 1

Gib die Länge der blauen Strecke mit einem Bruch in m und ohne Bruch in cm an.

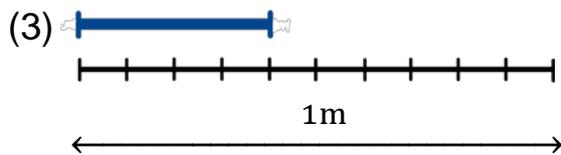


Länge der blauen Strecke: _____ m.

Länge der blauen Strecke: _____ cm.

Rechnung:

_____ → _____ → _____

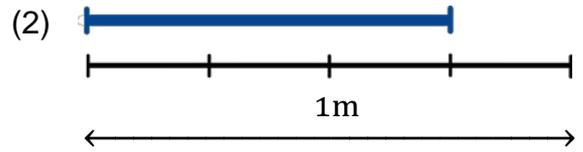


Länge der blauen Strecke: _____ m.

Länge der blauen Strecke: _____ cm.

Rechnung:

_____ → _____ → _____

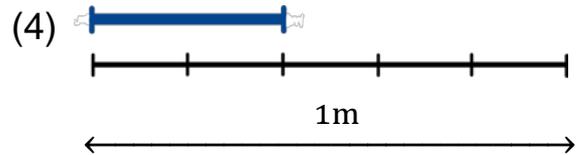


Länge der blauen Strecke: _____ m.

Länge der blauen Strecke: _____ cm.

Rechnung:

_____ → _____ → _____



Länge der blauen Strecke: _____ m.

Länge der blauen Strecke: _____ cm.

Rechnung:

_____ → _____ → _____

Aufgabe 2

Wandle in die angegebenen Einheiten um.

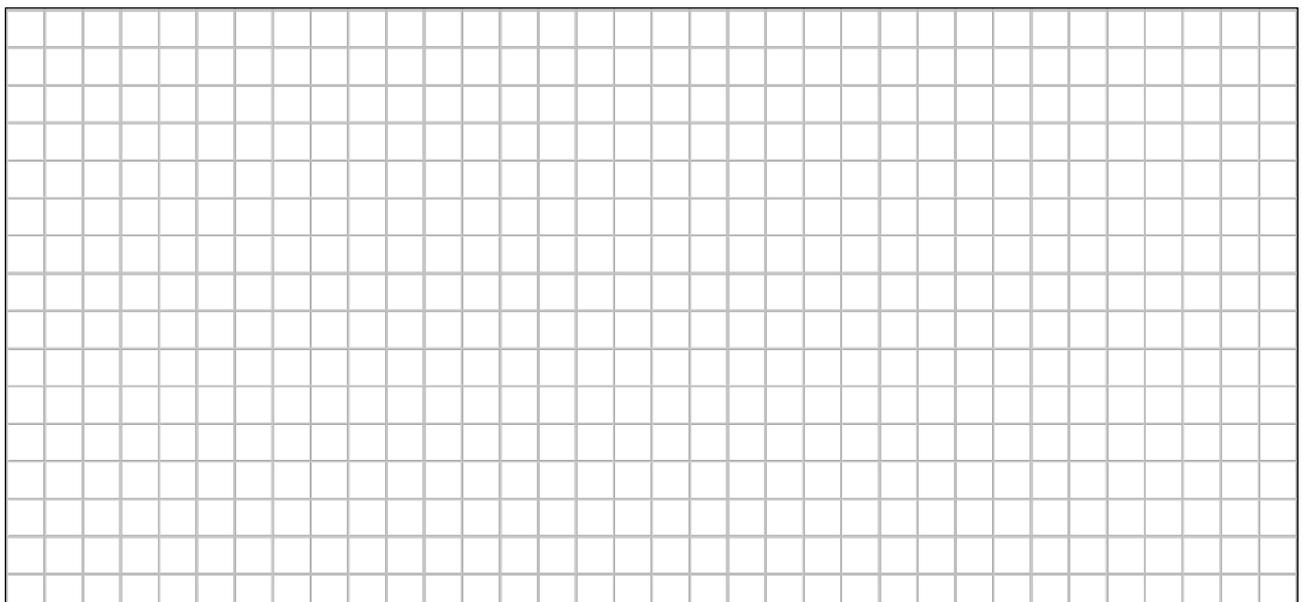
(1) in g: $\frac{1}{2}$ kg; $\frac{3}{8}$ kg

(2) in g: $1\frac{3}{4}$ kg; $3\frac{5}{8}$ kg

(3) in min: $\frac{3}{4}$ h; $1\frac{2}{3}$ h

(4) in h: $\frac{1}{2}$ Tag; $\frac{3}{4}$ Tag; $\frac{11}{12}$ Tag

(5) in ml: $\frac{5}{8}$ l; $\frac{1}{100}$ l; $2\frac{9}{10}$ l

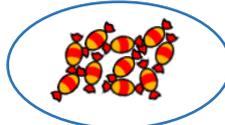


Brüche als Anteile von Größen und Mengen

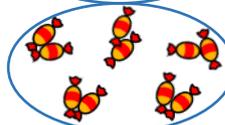
Einstieg

Von 10 Bonbons bekommt Ben $\frac{2}{5}$. Wie viele Bonbons bekommt Ben?

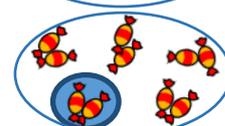
(1) Das Ganze besteht aus 10 Bonbons.



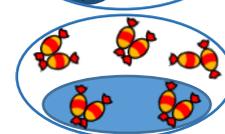
(2) Dazu werden die 10 Bonbons zuerst in 5 gleiche Teile aufgeteilt.



(3) 1 dieser 5 gleichen Teile wird betrachtet, also ist $\frac{1}{5}$ von 10 Bonbons = 2 Bonbons.



(4) 2 dieser 5 gleichen Teile werden betrachtet, also sind $\frac{2}{5}$ von 10 Bonbons = 4 Bonbons.



Antwort: Ben bekommt 4 von den 10 Bonbons.

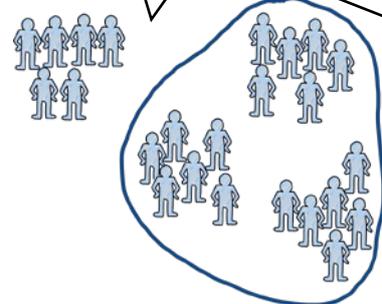
Aufgabe 1

„Drei Viertel der 24 Schüler essen in der Mensa.“

Beschreibe mit Hilfe des Bildes diese Situation:



Hilfreiche Wörter für dich:
Aufteilen, zusammen, gleiche Teile, nehmen



Aufgabe 2

Kreise ein und notiere, wie viele Plättchen zu dem Anteil gehören.

$\frac{3}{4}$ von _____ Plättchen
sind _____ Plättchen.



$\frac{3}{4}$ von _____ Plättchen
sind _____ Plättchen.



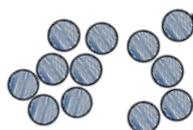
$\frac{3}{4}$ von _____ Plättchen
sind _____ Plättchen.



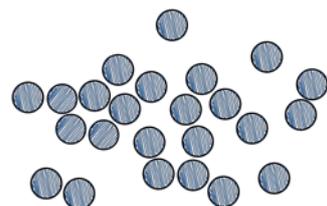
$\frac{2}{3}$ von _____ Plättchen
sind _____ Plättchen.



$\frac{2}{3}$ von _____ Plättchen
sind _____ Plättchen.



$\frac{2}{3}$ von _____ Plättchen
sind _____ Plättchen.





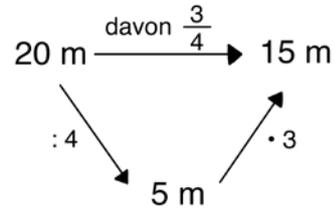
Man kann mit Brüchen auch Rechenanweisungen geben:

Beispiel: Eine Hauswand ist 20m lang. Ein Maler hat bereits $\frac{3}{4}$ davon gestrichen. Wie viele m sind das?

Die Rechenanweisung **davon $\frac{3}{4}$** bedeutet:
Zerlege das Ganze in vier gleich große Teile und nimm davon 3.



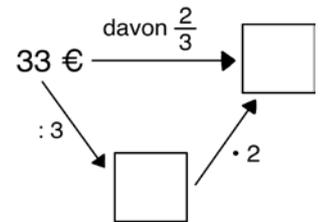
Rechenanweisung:
 Dividiere die Größe (hier: 20m) durch 4. Multipliziere das Zwischenergebnis mit 3 und erhalte das Endergebnis.



Aufgabe 3 Führe die Rechenanweisungen aus.

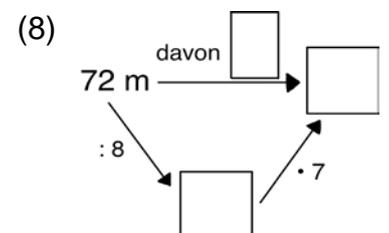
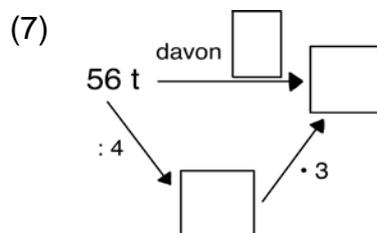
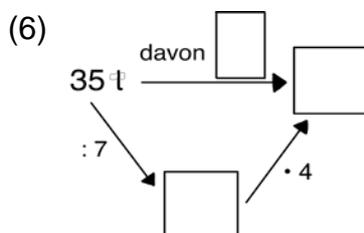
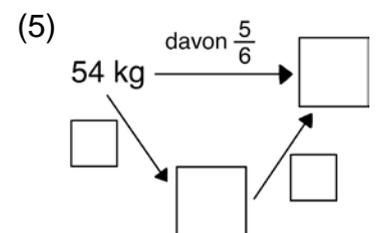
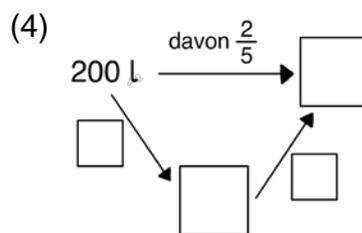
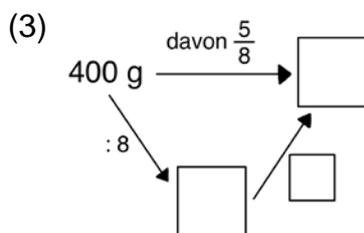
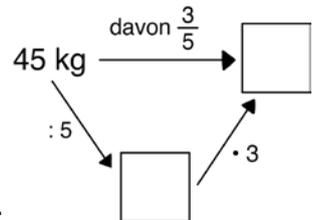
(1) Berechne $\frac{2}{3}$ von 33€

Ich teile die Größe (hier: _____) in _____ gleich große Teile. Jedes der _____ Teile sind _____ €
 Ich nehme _____ Teile. Zusammen habe ich dann _____ €



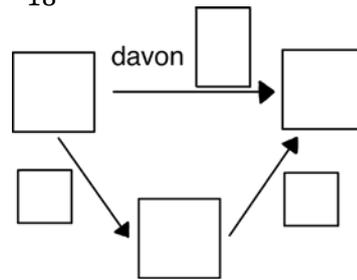
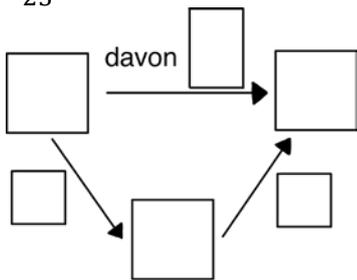
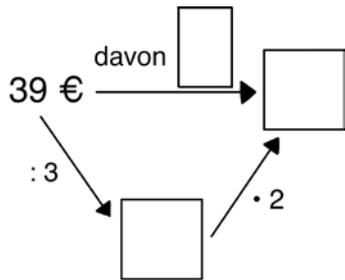
(2) Berechne $\frac{3}{5}$ von 45kg.

Ich teile die Größe (hier: _____) in _____ gleich große Teile. Jedes der _____ Teile sind _____ kg.
 Ich nehme _____ Teile. Zusammen habe ich dann _____ kg.



Aufgabe 4 Fülle die Lücken in den Pfeilbildern aus.

(1) _____ (2) $\frac{13}{25}$ von 175 m sind ___ m (3) $\frac{11}{18}$ von 162 mg sind ___ mg

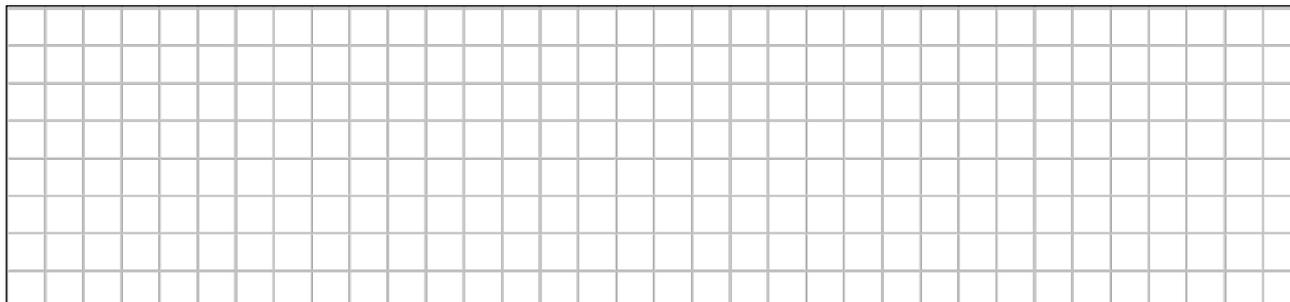


Aufgabe 5 Lege ein Pfeildiagramm an und berechne.

(1) $\frac{3}{4}$ von 24 kg

(2) $\frac{7}{10}$ von 160 l

(3) $\frac{2}{3}$ von 24 h



Aufgabe 6 Berechne im Kopf.

120 m $\xrightarrow{\text{davon } \frac{5}{6}}$ ___ m; 65 km $\xrightarrow{\text{davon } \frac{2}{5}}$ ___ km; 51 € $\xrightarrow{\text{davon } \frac{2}{3}}$ ___ €

Aufgabe 7 Bestimme den Anteil. Lege, wenn du möchtest, auch ein Pfeilbild an (im Heft).

(1) $\frac{5}{8}$ von 400 g sind ___ g (2) $\frac{5}{6}$ von 48 kg sind ___ kg (3) $\frac{4}{7}$ von 49 m sind ___ m

(4) $\frac{5}{12}$ von 36 km sind ___ (5) $\frac{3}{5}$ von 200 l sind ___ (6) $\frac{2}{3}$ von 27 min sind ___



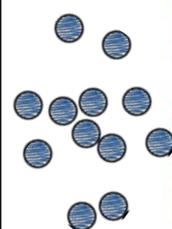
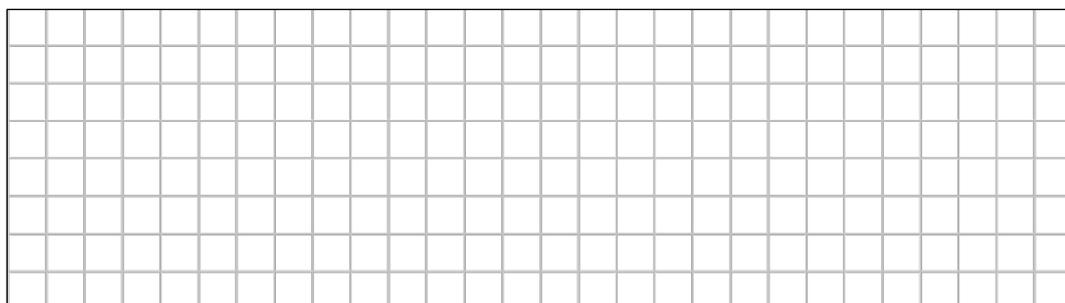
Aufgabe 8 Berechne das Ganze. Nutze für Nebenrechnungen dein Heft.

(1) $\frac{3}{4}$ von ___ cm sind 75 cm. (2) $\frac{5}{8}$ von ___ m sind 250 m.

(3) $\frac{4}{5}$ von ___ € sind 256 €. (4) $\frac{9}{10}$ von ___ g sind 450 g.



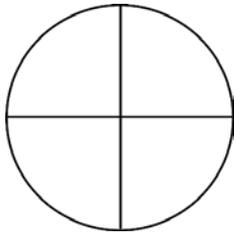
Rückblick Formuliere zu dem Bild eine passende Fragestellung, wenn die Antwort „8 blaue Punkte“ ist.



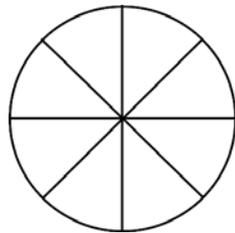
Gleichwertige Anteile: Verfeinern und Vergröbern

Derselbe Anteil - verschiedene Brüche

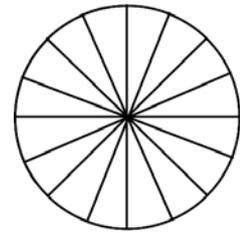
Aufgabe 1 Kennzeichne den angegebenen Bruch farbig.



$$\frac{1}{4}$$



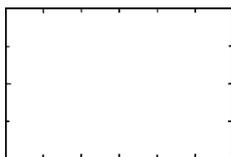
$$\frac{2}{8}$$



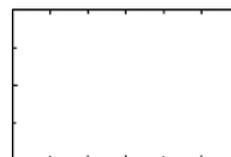
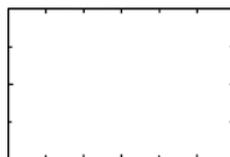
Was fällt dir auf?

Aufgabe 2

Stelle den selben Anteil mit verschiedenen Brüchen dar
Wähle dazu eine geeignete Einteilung des Ganzen.



$$\frac{1}{4}$$

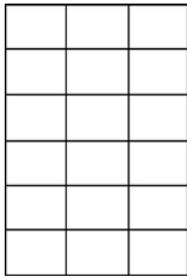


Beschreibe in einem kurzen Text, wie du mit Hilfe der drei Rechtecke zu dem Bruch $\frac{1}{4}$ weitere Brüche findest, die denselben Anteil beschreiben.

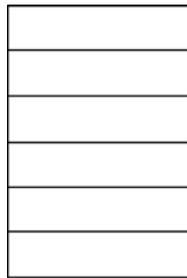


Aufgabe 3

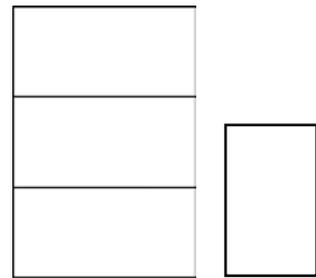
Kennzeichne die angegebenen Bruchteile farbig. Finde im dritten Bild einen Bruchteil, der denselben Anteil beschreibt. Was fällt dir auf?



$$\frac{6}{18}$$

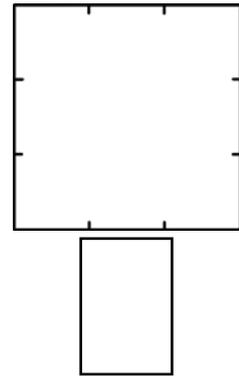
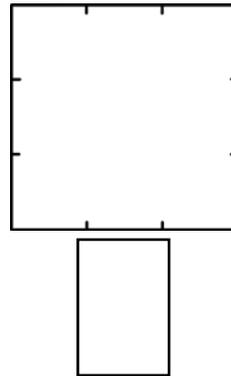
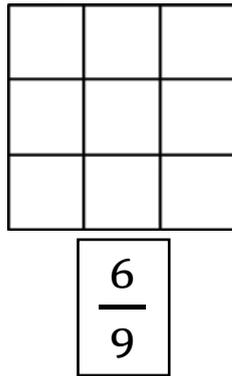
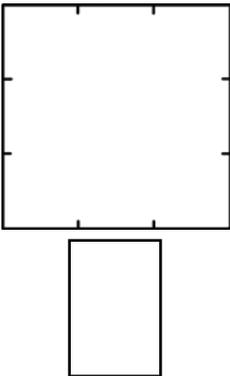


$$\frac{2}{6}$$

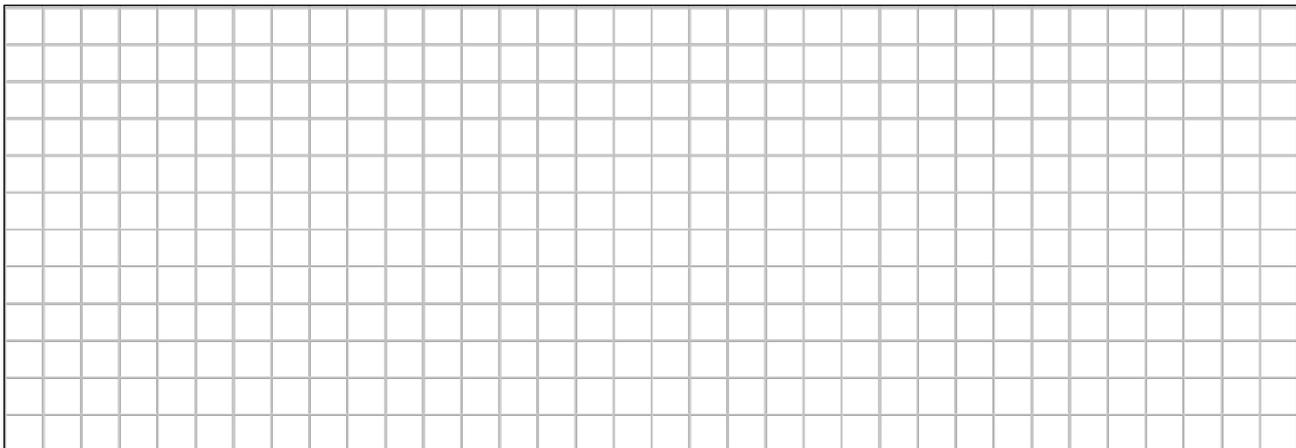


Aufgabe 4

Kennzeichne den angegebenen Bruchteil farbig. Markiere in den anderen Quadraten weitere Möglichkeiten für diesen Anteil.

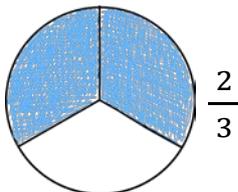


Beschreibe in einem kurzen Text, wie du mit Hilfe der Quadrate zu dem Bruch $\frac{6}{9}$ weitere Brüche mit demselben Anteil finden kannst.

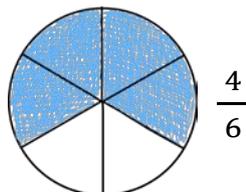


Gleichwertige Brüche

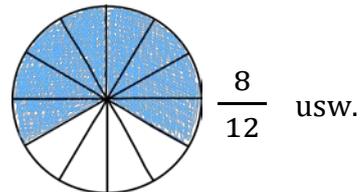
In den drei Bildern ist jeweils derselbe Anteil der Kreisfläche blau gefärbt. Dieser Anteil kann durch verschiedene Brüche angegeben werden:



$$\frac{2}{3}$$



$$\frac{4}{6}$$



$$\frac{8}{12} \text{ usw.}$$

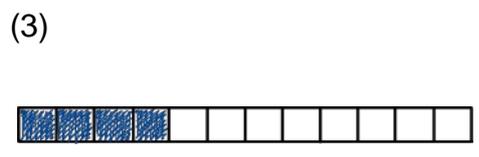
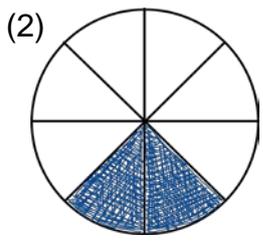
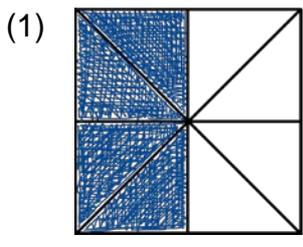


Man sagt: Die Brüche haben denselben Wert. Sie sind **gleichwertig**.

Man schreibt dafür: $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{8}{12}$ usw.

Aufgabe 5

Gib mehrere Brüche für denselben Bruchteil an.



= =

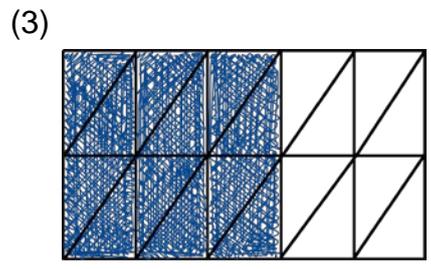
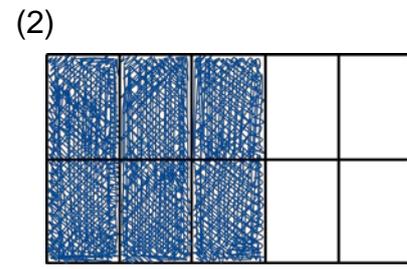
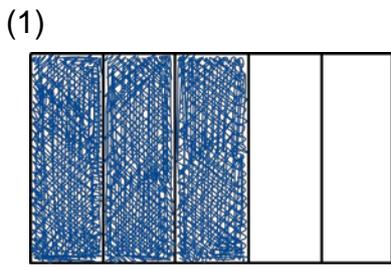
= =

= =



Aufgabe 6

Gib den Anteil der Fläche an, der blau gefärbt ist. Notiere mehrere gleichwertige Brüche.



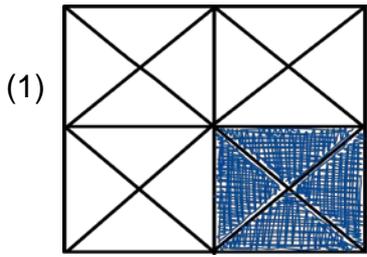
= =

= =

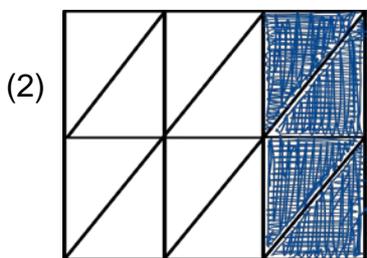
= =

Aufgabe 7

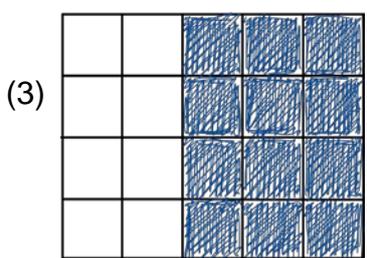
Gib für den weißen und blauen Anteil jeweils mehrere gleichwertige Brüche an.



Blauer Anteil:
Weißer Anteil:

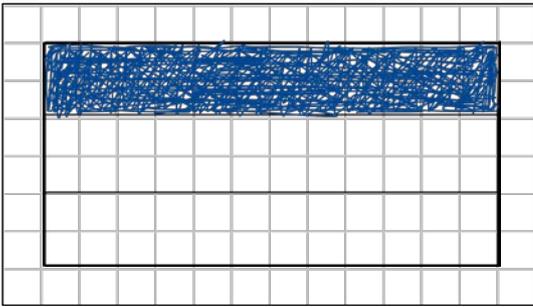


Blauer Anteil:
Weißer Anteil:



Blauer Anteil:
Weißer Anteil:

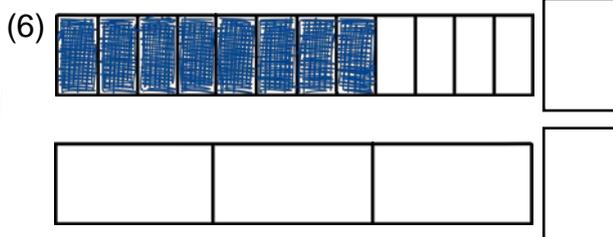
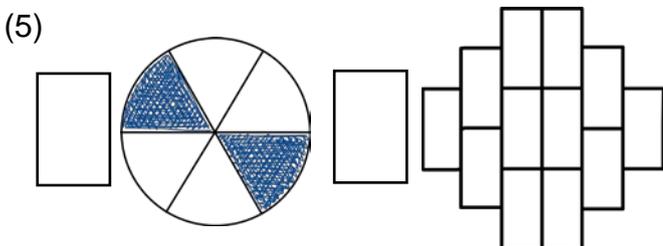
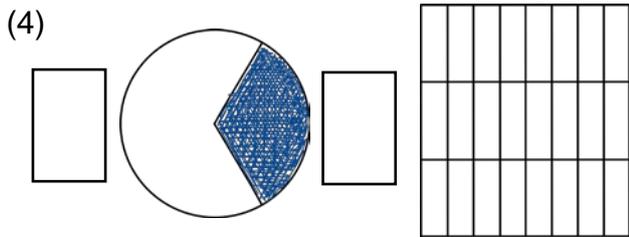
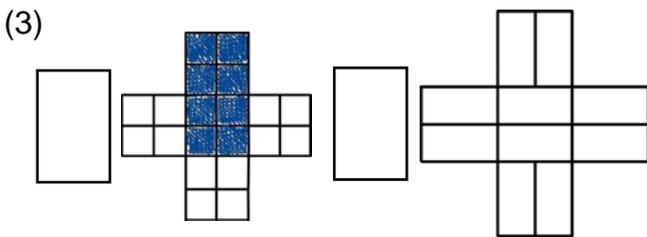
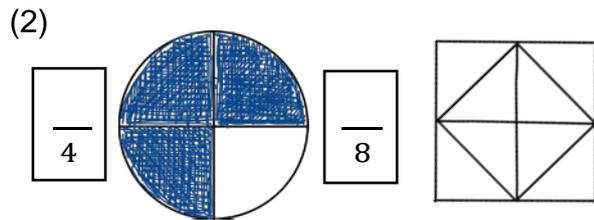
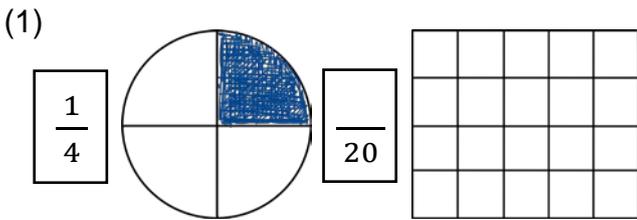
Aufgabe 8 Gib verschiedene Brüche an...



(1) ... für den Anteil der blau gefärbten Fläche.

(2) ... für den Anteil der weißen Fläche.

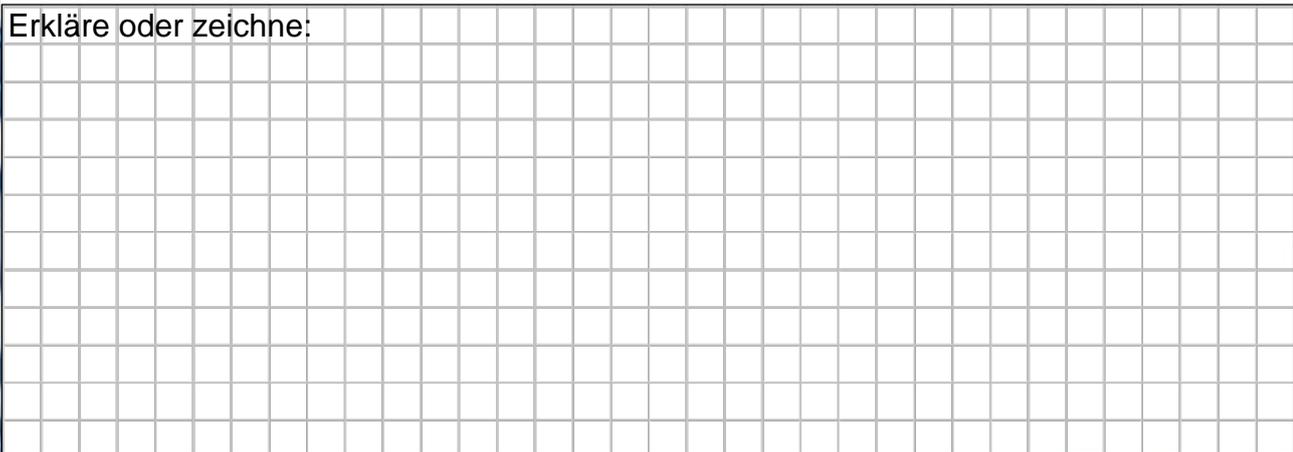
Aufgabe 9 Zeichne den dargestellten Bruch jeweils in die andere, vorgegebene Figur hinein.



Rückblick

Beschreibe, wie du zu dem Bruch $\frac{4}{6}$ weitere Brüche mit demselben Anteil finden kannst?

Erkläre oder zeichne:



Gleichwertige Anteile am Bruchstreifen

Einstieg

Ben und Leona haben für eine Stunde auf ihrem Handy eine neue Spiele-App getestet.

Als sie damit begonnen haben, waren die Akkus ihrer Handys vollkommen geladen. Welches der beiden Handys hat nach einer Stunde Nutzung noch die größere Akku-Ladung?



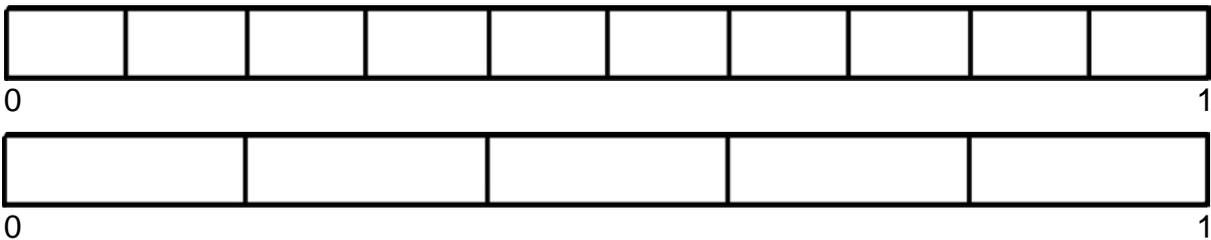
Mein Akku-Symbol zeigt noch 7 von 10 Balken an.



Bei mir werden beim Akku-Symbol noch 4 von 5 Balken angezeigt.



Welcher Anteil an Ladung ist in Bens bzw. Leonas Akku noch vorhanden? Vergleiche die Anteile mit Hilfe der Bruchstreifen. Übertrage dazu die Anteile in die Bruchstreifen und lies die Anteile ab.



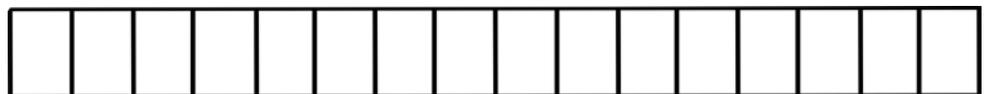
Anteile einzeichnen und ablesen

Aufgabe 1

Markiere in jedem Streifen $\frac{1}{4}$ und notiere den Bruch so, dass er den Anteil passend zur Zeichnung beschreibt.



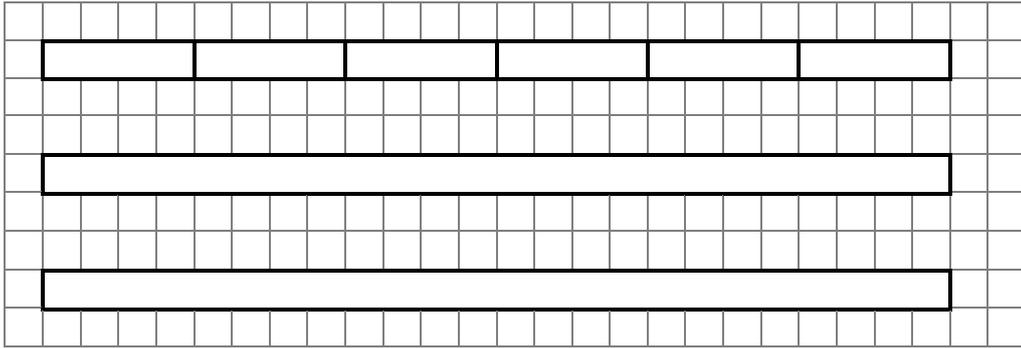
$$\frac{1}{4}$$



Aufgabe 2

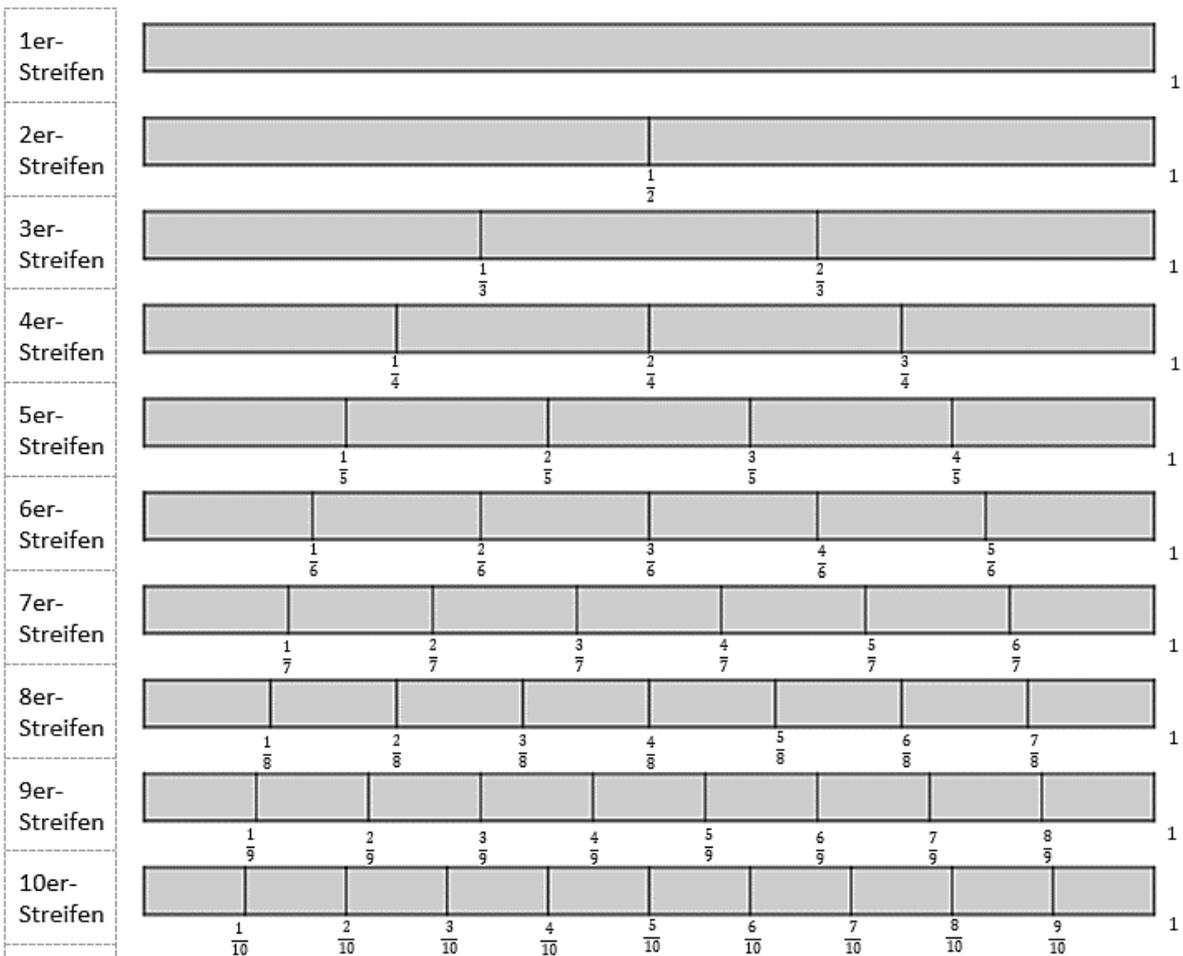
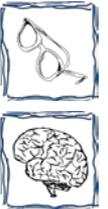
Markiere $\frac{4}{6}$ im Bruchstreifen. Finde dann noch andere Schreibweisen für $\frac{4}{6}$, indem du den Streifen anders einteilst.

$$\frac{4}{6}$$



Erkläre, wie du vorgegangen bist:

Mit Bruchstreifen kann man verschiedene Anteile miteinander vergleichen



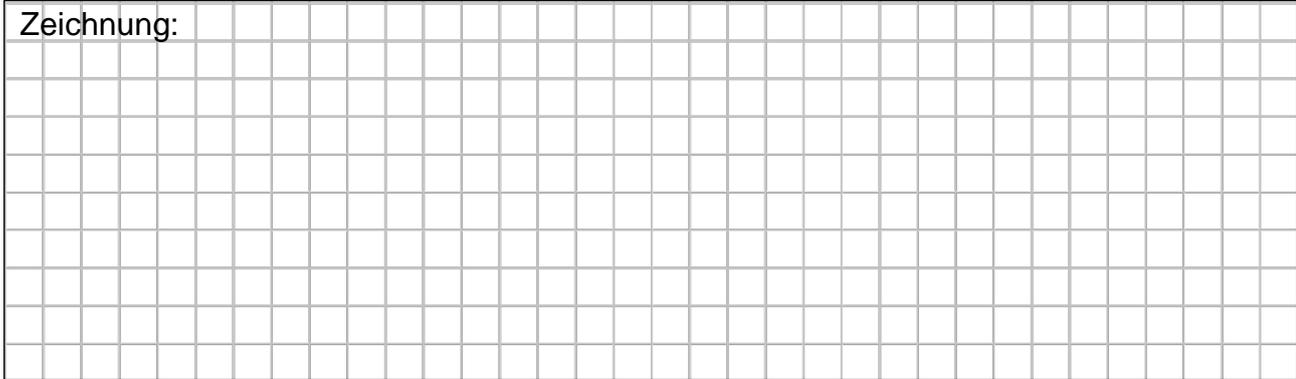
Wenn der Bruchstreifen nicht reicht...

Aufgabe 1

Zeichne einen Streifen mit einer Länge von 20 Kästchen und trage den Anteil $\frac{6}{10}$ ein. Welcher Anteil ist genau so groß wie $\frac{6}{10}$?



Zeichnung:



Finde $\frac{6}{10}$ in gröberen und feineren Bruchstreifen und übertrage die jeweilige Unterteilung in deine Zeichnung oben. Bei welchen Einteilungen hast du vergrößert bzw. verfeinert?

Was fällt dir bei der Einteilung der Streifen auf? Schreibe auf:

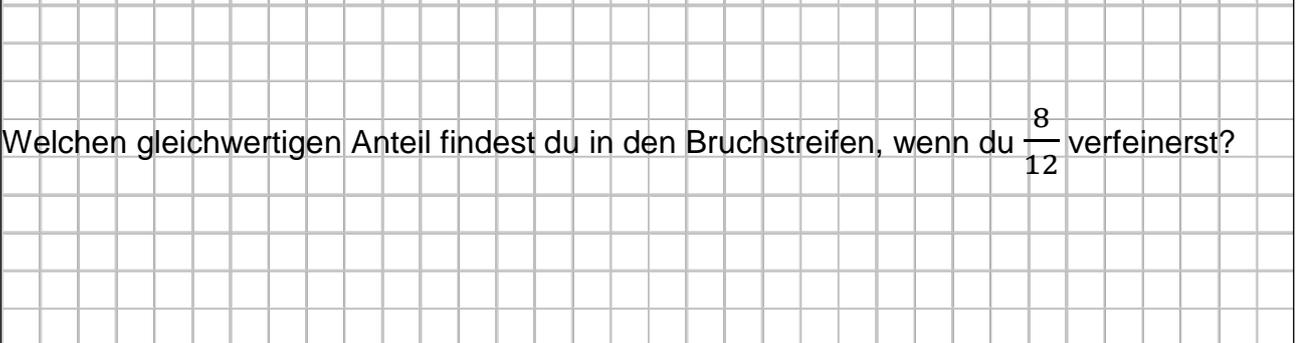


Aufgabe 2

Markiere in den Bruchstreifen $\frac{8}{12}$ und finde weitere Anteile, die genau so groß sind.



Welche gleichwertigen Anteile findest du in den Bruchstreifen, wenn du $\frac{8}{12}$ vergrößerst?



Welchen gleichwertigen Anteil findest du in den Bruchstreifen, wenn du $\frac{8}{12}$ verfeinerst?

Aufgabe 3

Finde in den Bruchstreifen gleichwertige Anteile zu $\frac{5}{8}$.



Erkläre, warum du für diesen Anteil keinen gröberen Streifen findest.



Brüche vergleichen



Einstieg

Leona und Ben haben zwei 100g-Tafeln Schokolade.



Leona hat von ihrer Tafel $\frac{5}{15}$ gegessen und

Ben hat von seiner Tafel $\frac{1}{6}$ gegessen.



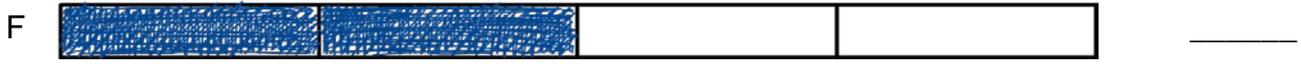
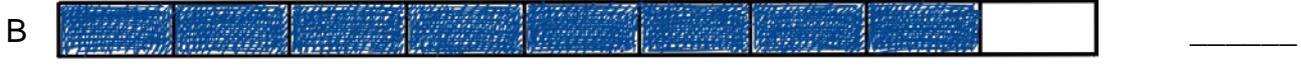
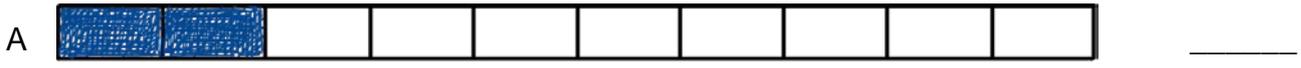
Wer von beiden hat nun noch mehr Schokolade übrig?



Aufgabe 1

Welche Brüche sind hier dargestellt? Schreibe neben die Bruchstreifen.

Bruch



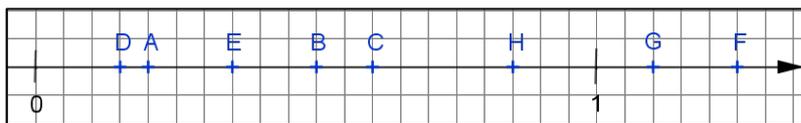
Ordne die Brüche der Bruchstreifen nun der Größe nach. Beginne mit dem kleinsten Bruch:

<
<
<
<
<
<

Aufgabe 2

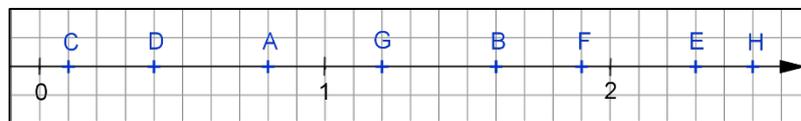
Notiere zu den angegebenen Stellen auf dem Zahlenstrahl einen Bruch.

(1)



A: _____ B: _____ C: _____ D: _____
E: _____ F: _____ G: _____ H: _____

(2)

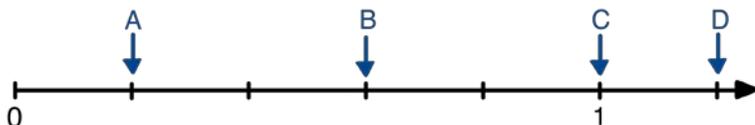


A: _____ B: _____ C: _____ D: _____
E: _____ F: _____ G: _____ H: _____

Aufgabe 3

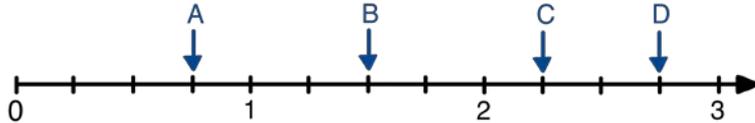
Gib jeweils einen Bruch an, der zu der markierten Stelle gehört.

(1)



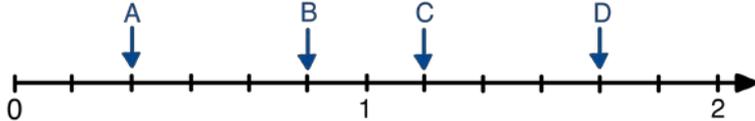
A: _____ B: _____ C: _____ D: _____

(2)



A: _____ B: _____ C: _____ D: _____

(3)



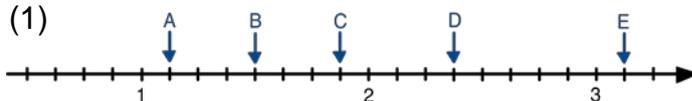
A: _____ B: _____ C: _____ D: _____



Aufgabe 4

Gib die markierte Stelle auf dem Zahlenstrahl jeweils als Bruch und als gemischte Zahl an.

(1)



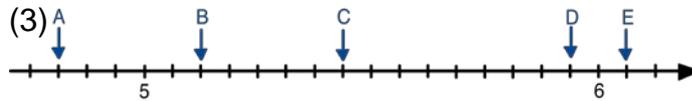
A: _____ B: _____ C: _____ D: _____ E: _____

(2)



A: _____ B: _____ C: _____ D: _____ E: _____

(3)



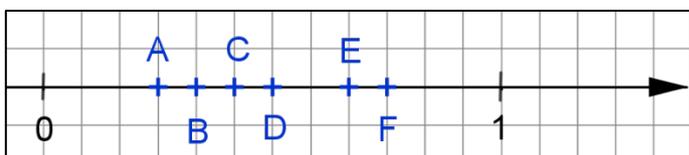
A: _____ B: _____ C: _____ D: _____ E: _____



Aufgabe 5

Gib zu den Stellen A bis F die entsprechenden Brüche an. Markiere dann die Stellen für die Brüche G bis K auf dem Zahlenstrahl.

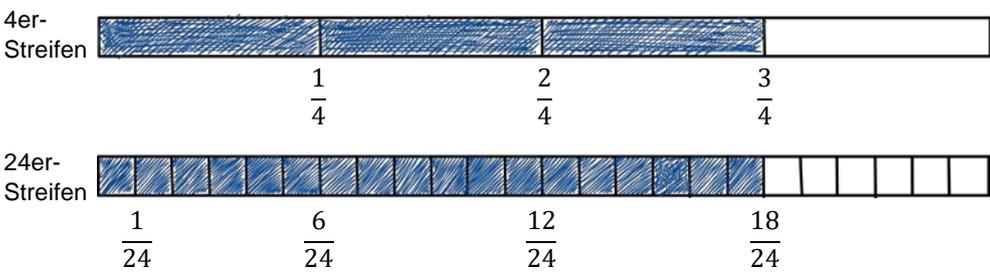
A: _____ B: _____ C: _____ D: _____ E: _____ F: _____ G: $\frac{1}{6}$ H: $\frac{5}{6}$ I: $\frac{11}{12}$ J: $1\frac{1}{12}$ K: $1\frac{1}{6}$



Verfeinern und Vergrößern: Kürzen und Erweitern

Brüche erweitern

Zu dem Bruch $\frac{3}{4}$ hat Ben mit Hilfe der Bruchstreifen einen gleichwertigen Bruch gefunden. Leona hat den gleichwertigen Bruch durch eine Rechnung gefunden. Diese Rechnung nennt man **Erweitern**.



$$\frac{3}{4} = \frac{18}{24}$$

.6 (multiplication arrows from 3 to 18 and 4 to 24)



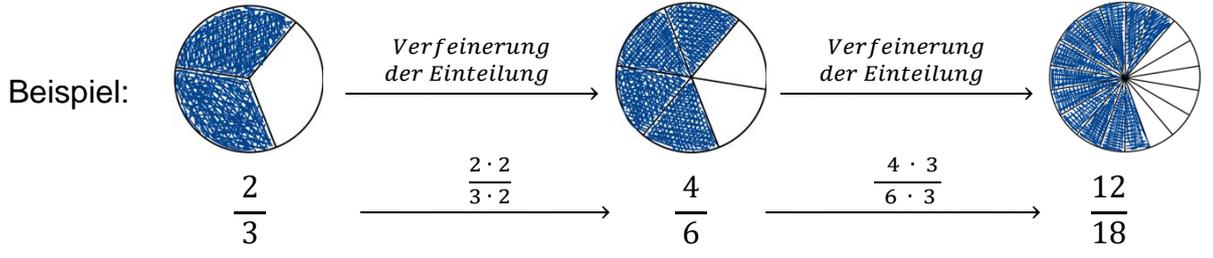
Beschreibe den Zusammenhang zwischen dem Bild und der Rechnung. Beachte dabei, was ...

- ... beim Verfeinern im Bild mit dem Teil und dem Ganzem geschieht.
- ... bei der Rechnung beim Erweitern mit dem Zähler und dem Nenner passiert.
- ... die „6“ aus der Rechnung mit dem Bild zu tun hat.

Erweitern eines Bruches

Ein Bruch wird erweitert, indem man seinen Zähler und seinen Nenner mit derselben natürlichen Zahl multipliziert (diese Zahl heißt *Erweiterungszahl*).

Achtung: Der Wert des Bruches ändert sich dabei **nicht**.



Also: $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{4}{6}$ und $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 3} = \frac{6}{9}$ oder $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 6}{3 \cdot 6} = \frac{12}{18}$ usw.

Es gilt: $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{12}{18} = \frac{24}{36}$ usw.

Aufgabe 1 Der Bruch $\frac{1}{2}$ wurde hier dargestellt. Verfeinere die Einteilung, indem du...

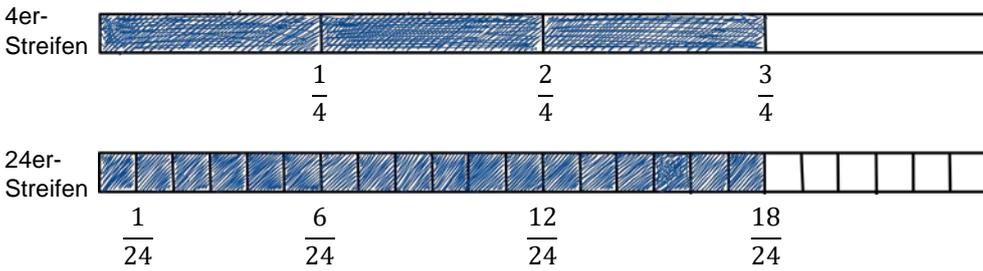
...jedes Teil in zwei Teile teilst.	...jedes Teil in vier Teile teilst.	...jedes Teil in acht Teile teilst.

Bruch: _____ Bruch: _____ Bruch: _____



Brüche kürzen

Zu dem Bruch $\frac{18}{24}$ hat Ben mit Hilfe der Bruchstreifen einen gleichwertigen Bruch gefunden. Leona hat den gleichwertigen Bruch durch eine Rechnung gefunden. Diese Rechnung nennt man **Kürzen**. Die Zahl „6“ heißt *Kürzungszahl*.



$$\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$$

:6



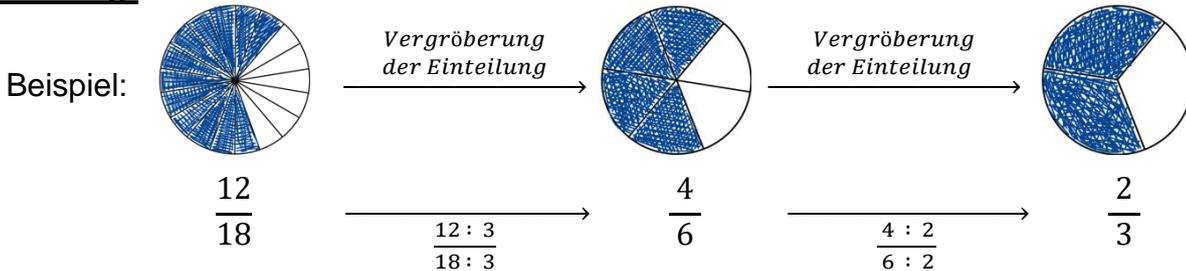
Beschreibe den Zusammenhang zwischen dem Bild und der Rechnung. Beachte dabei, was ...

- ... beim Vergrößern im Bild mit dem Teil und dem Ganzen geschieht.
- ... bei der Rechnung beim Kürzen mit dem Zähler und dem Nenner passiert.
- ... die „6“ aus der Rechnung mit dem Bild zu tun hat.

Kürzen eines Bruches

Ein Bruch wird gekürzt, indem man seinen Zähler und seinen Nenner durch dieselbe natürliche Zahl dividiert. Diese Zahl heißt Kürzungszahl.

Achtung: Der Wert des Bruches ändert sich beim Kürzen *nicht*.

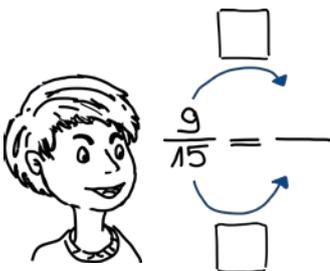


Also: $\frac{12}{18} \stackrel{3}{=} \frac{12:3}{18:3} = \frac{4}{6}$ und $\frac{4}{6} \stackrel{2}{=} \frac{4:2}{6:2} = \frac{2}{3}$ oder $\frac{12}{18} \stackrel{6}{=} \frac{12:6}{18:6} = \frac{2}{3}$

Es gilt: $\frac{12}{18} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

Aufgabe 1

Ben möchte $\frac{9}{15}$ in Fünftel umwandeln. Ergänze seine Rechnung, indem du die Kästchen füllst.



Stelle die Rechnung mit Hilfe von zwei Bruchstreifen dar.



Aufgabe 2

Kürze die Brüche mit der Zahl 3.

(1) $\frac{6}{15} \xrightarrow[15:3]{6:3} \frac{\quad}{\quad}$

(2) $\frac{27}{30} \xrightarrow[30:3]{27:3} \frac{\quad}{\quad}$

(3) $\frac{72}{24} \xrightarrow[24:3]{72:3} \frac{\quad}{\quad}$

Aufgabe 8



Leonas Kuchen hat acht Stücke. Sie isst zwei Stücke davon.
Bens Kuchen ist genau so groß wie der von Leona, aber
Ben hat ihn in 12 Stücke geschnitten.
Er isst genau denselben Anteil wie Leona.



Wie viele Stücke hat Ben von seinem Kuchen gegessen?

Löse die Aufgabe (z.B. mit einer Zeichnung) und erkläre:

Large grid area for solving the problem.

Aufgabe 9

Stell dir $\frac{9}{12}$ und $\frac{3}{4}$ in den zugehörigen Bruchstreifen vor. Welcher Streifen hat eine feinere Einteilung und somit mehr Felder?

Erkläre:

Large grid area for explaining the answer to Aufgabe 9.

Rückblick

Welcher Anteil ist größer: $\frac{9}{12}$ oder $\frac{3}{4}$?

Begründe deine Antwort:

Large grid area for justifying the answer to the 'Rückblick' question.

Finde zwei Brüche, die genau so groß sind wie $\frac{12}{36}$:

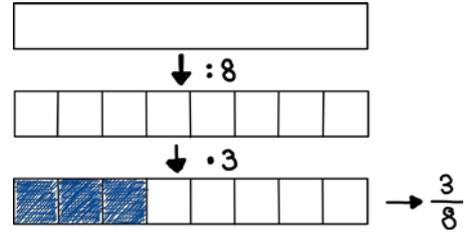
Large grid area for finding equivalent fractions to 12/36.



Was du gelernt hast

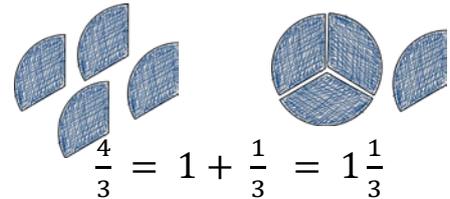
Brüche

Der Nenner eines Bruches gibt an, in wie viele gleich große Teile ein Ganzes zerlegt wird.
Der Zähler gibt an, wie viele solcher Teile vom Ganzen vorhanden sind.



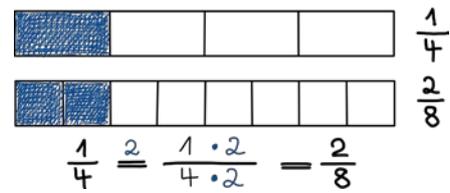
Gemischte Schreibweise

Manche Brüche, die größer als ein Ganzes sind, lassen sich in gemischter Schreibweise darstellen.



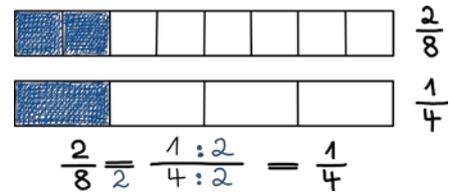
Brüche verfeinern

Multipliziere Zähler und Nenner eines Bruches mit derselben Zahl, um die Einteilung eines Bruches zu verfeinern.
Beide Brüche haben nach dem Verfeinern noch immer denselben Wert, sie sind gleichwertig.



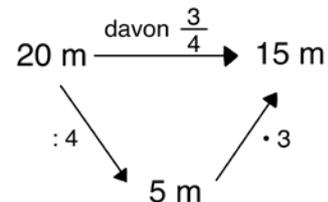
Brüche vergrößern

Dividiere Zähler und Nenner eines Bruches durch dieselbe Zahl, um die Einteilung eines Bruches zu vergrößern.
Beide Brüche haben nach dem Vergrößern noch immer denselben Wert, sie sind gleichwertig.



Teil einer Größe bestimmen

Dividiere eine Größe durch den Nenner.
Multipliziere das Zwischenergebnis mit dem Zähler.



Bruchzahlen am Zahlenstrahl

Zu einer Bruchzahl kann man mehrere Brüche angeben.

