Ministerium für Schule und Weiterbildung
des Landes Nordrhein - Westfalen

Informationen zum Lehrplan

Mathematik

Grundschule

Ministerium für
Schule und Weiterbildung
des Landes
Nordrhein-Westfalen

1. Vergleich
Lehrplan Mathematik 2003 – Lehrplan Mathematik 2008

2. Erläuterungen zum Lehrplan Mathematik

1. Vergleich

Lehrplan Mathematik 2003 – Lehrplan Mathematik 2008

1. Entwicklung zum Kernlehrplan für das Fach Mathematik

Der vorliegende Kernlehrplan Mathematik für die Grundschule orientiert sich an den KMK-Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4). Darüber hinaus ähnelt er in seiner Struktur dem Kernlehrplan Mathematik der Sekundarstufe I und trägt damit zur fachlichen Anschlussfähigkeit bei.
Bei der Neufassung des Lehrplans wurden auch schulische Rückmeldungen aus der Erprobungsfassung eingearbeitet.

Der Umfang des Lehrplans ist deutlich reduziert. Bedingt durch einen Paradigmenwechsel von der Input- zur Outputsteuerung des Unterrichts erfolgt eine Konzentration auf die verbindlichen Kompetenzerwartungen nach der Schuleingangsphase (SEP) bzw. nach Klasse 4. Anstelle inhaltlicher Vorgaben für die Lehrerinnen und Lehrer wird nunmehr der Fokus auf die Erwartungen an die Ergebnisse schulischen Lernens auf Seiten der Schülerinnen und Schüler gerichtet (vgl. R. Lersch, Unterricht und Kompetenzerwerb. In 30 Schritten von der Theorie zur Praxis kompetenzfördernden Unterrichts, in: Die Deutsche Schule, 99. Jg., 2007, H. 4, S. 434).
Die Kompetenzerwartungen bilden das Herzstück des neuen Kernlehrplans. Sie sind die Grundlage für die Überprüfung der Lernergebnisse innerhalb der Schule und durch zentrale Lernstandserhebungen und Ausgangspunkt für die zu leistende kompetenzfördernde Unterrichtsentwicklung.

Fachliche Innovationsschwerpunkte

- Besonderes Gewicht erhalten die prozessbezogenen Kompetenzbereiche, die in Angleichung an die Bildungsstandards und an die Kernlehrpläne der Sekundarstufe I umfangreich und konkret in Form von Kompetenzerwartungen aufgeschlüsselt sind. Die prozessbezogenen Kompetenzen verdeutlichen, dass die Art und Weise der Auseinandersetzung mit mathematischen Fragen ein wesentlicher Teil der Entwicklung grundlegender mathematischer Bildung ist (vgl. KMK-Bildungsstandards im Fach Mathematik). Sie gewährleisten den verständigen Erwerb inhaltsbezogener Kompetenzen.
- Die Verzahnung von prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen zu fachbezogenen Kompetenzen wird bewusst thematisiert und durch Aufgabenbeispiele konkretisiert.
- Der angemessene Umgang mit Mustern und Strukturen ist als zentrale Leitidee für die Mathematik in alle inhaltsbezogenen Kompetenzbereiche integriert. So wird die Auffassung von Mathematik als Wissenschaft von den Mustern deutlich. Sie wird in besonderem Maße verwirklicht, wenn in der Auseinandersetzung mit inhaltsbezogenen Schwerpunkten Aktivitäten zum Entdecken und Begründen von Mustern und Strukturen im Vordergrund stehen.
- In Kapitel 4 wird der enge Zusammenhang zwischen Leistungsbewertung und individueller Förderung in Anlehnung an das pädagogische Leistungsprinzip deutlich herausgestellt.

2. Aufbau und Struktur des neuen Lehrplans im Vergleich

Vorbemerkung:
Der Kernlehrplan Mathematik zeichnet sich in fachlicher Hinsicht durch ein hohes Maß an Kontinuität gegenüber dem Lehrplanentwurf von 2003 aus. Der entscheidende Unterschied zwischen beiden Lehrplänen liegt in der veränderten Akzentuierung (Kompetenzorientierung) und in der damit verbundenen Ergebnisorientierung von Unterricht.

Lehrplan 2003 (Erprobungsfassung) 5 Kapitel	**Kernlehrplan 2008 4 Kapitel**	**Wesentliche Unterschiede**
Kapitel 1: Aufgaben des Faches Mathematik 1.1 Fähigkeiten und Fertigkeiten 1.2 Kenntnisse 1.3 Einstellungen und Haltungen	**Kapitel 1: Aufgaben und Ziele** 1.1 Beitrag des Faches Mathematik zum Bildungs- und Erziehungsauftrag 1.2 Lernen und Lehren 1.3 Orientierung an Kompetenzen	***neu:*** Beitrag des Faches Mathematik zur Bildung in Anlehnung an die KMK-Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich ***neu:*** Orientierung an Kompetenzen ***gekürzt:*** Im Unterkapitel „Unterrichtsgestaltung: Lernen und Lehren" des Lehrplans 2008 werden die fachspezifischen Lernformen und die Prinzipien der Unterrichtsgestaltung, die im Lehrplan 2003 ausführlich dargestellt worden sind, stark gekürzt zusammengefasst. Dies erfolgte wegen des Paradigmenwechsels von der Input- zur Outputsteuerung. ***gekürzt:*** Im Lehrplan 2008 wird auf detaillierte Auflistungen der auszubildenden Fähigkeiten, Fertigkeiten und Kenntnisse verzichtet. Die Bedeutung von Fähigkeiten, Fertigkeiten, Kenntnissen, Einstellungen und Haltungen zur Ausprägung fachbezogener Kompetenzen wird dargestellt.

Kapitel 2: **Lernen und Lehren** 2.1 Fachspezifische Lernformen	**Kapitel 2:** **Kompetenzbereiche des Faches Mathematik in der Grundschule** 2.1 Prozessbezogene Bereiche - Problemlösen/kreativ sein - Modellieren - Argumentieren - Darstellen/Kommunizieren	***neu:*** Bezeichnung **„Kompetenzbereiche“** ***neu:*** **explizite Ausweisung auch prozessbezogener Kompetenzbereiche** in Anlehnung an die Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich: kreativ sein ⇨ **Problemlösen/-kreativ sein** mathematisieren ⇨ **Modellieren** begründen ⇨ **Argumentieren** darstellen und kooperieren ⇨ **Darstellen/Kommunizieren**
2.2 Prinzipien der Unterrichtsgestaltung	2.2 Inhaltsbezogene Bereiche - Zahlen und Operationen - Raum und Form - Größen und Messen - Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten	Im Lehrplan 2003 wurde in diesem Zusammenhang nur von „allgemeinen Fähigkeiten“ bzw. der „Fähigkeit zu mathematischem Denken und Arbeiten“ (S. 84f) gesprochen. Zudem wurden die Fähigkeiten zu mathematischem Denken und Arbeiten zusammengefasst bzw. umbenannt. ***neu:*** **Neustrukturierung der inhaltsbezogenen Kompetenzbereiche** in Anlehnung an die Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich: Arithmetik ⇨ **Zahlen und Operationen** Geometrie ⇨ **Raum und Form** Sachrechnen ⇨ **Größen und Messen** ***neu:*** **Daten, Häufigkeiten, Wahrscheinlichkeiten (**Hervorhebung als gesonderter Kompetenzbereich (Hintergrund: KMK-Bildungsstandards) (Im Gegensatz zu den KMK-Bildungsstandards wird der Bereich „Muster und Strukturen“ nicht gesondert ausgewiesen, da die Auseinandersetzung mit Mustern und Strukturen bei einer Vielzahl von inhaltsbezogenen Schwerpunkten eine Rolle spielt.) ***neu:*** explizite Verzahnung von prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen zu fachbezogenen Kompetenzen

Kapitel 3:	**Kapitel 3:** **Kompetenzerwartungen** 3.1 Prozessbezogene Kompetenzen (verbindlich bezogen auf das Ende der Klasse 4) 3.2 Inhaltsbezogene Kompetenzen (verbindlich bezogen auf das Ende der SEP und auf das Ende der Klasse 4)	***neu:*** **Formulierung von prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzerwartungen** im Sinne verbindlicher Leistungserwartungen am Ende der SEP und am Ende der Klasse 4 anstelle der Formulierung von Unterrichtsgegenständen in den Klassen 1/2 und 3/4 und verbindlichen Anforderungen am Ende der Klassen 2 und 4
Kapitel 4: **Verbindliche Anforderungen** 4.1 Verbindliche Anforderungen nach Klasse 2 4.2 Verbindliche Anforderungen nach Klasse 4 (jeweils differenziert nach allgemeinen Fähigkeiten sowie inhaltsbezogenen Fähigkeiten und Fertigkeiten, Kenntnissen, Einstellungen und Haltungen)	**Kapitel 4:** **Leistung fördern und bewerten**	***neu:*** Betonung des Zusammenhangs zwischen der Leistungsbewertung auf der einen Seite und der Verpflichtung zur individuellen Förderung auf der anderen Seite
Kapitel 5: **Leistungsbewertung**		

3. Fachliche Akzentuierungen in den Kompetenzbereichen des Faches im Kernlehrplan

Prozessbezogene Bereiche

Im Gegensatz zur Erprobungsfassung von 2003 werden die Kompetenzerwartungen zu den einzelnen prozessbezogenen Kompetenzbereichen in Anlehnung an die Kernlehrpläne der Sek. I durchgehend systematisch dargestellt und an verschiedenen Stellen noch weiter ausdifferenziert.

Problemlösen/kreativ sein:

- Stichwort: anwenden
  Diese Kompetenz wurde explizit hervorgehoben, um damit die Kontinuität zu den Kernlehrplänen der Sek. I zu gewährleisten. (siehe: prozessbezogene Kompetenz „Medien und Werkzeuge verwenden“)

Modellieren:

- Stichwort: zuordnen
  Diese Kompetenz wurde in Anlehnung an die KMK-Bildungsstandards neu aufgenommen.

Darstellen/Kommunizieren:

- Stichwort: zwischen Darstellungen wechseln
  Diese Kompetenz wurde in Anlehnung an die KMK-Bildungsstandards neu aufgenommen.

Inhaltsbezogene Bereiche

Zahlen und Operationen:

- Operationsvorstellungen:
  Eine verbindliche Einführung von Fachbegriffen ist auch schon in der SEP vorgesehen. Einige Fachbegriffe sind beispielhaft aufgeführt.
- Zahlenrechnen:
  Die Fähigkeit zum Entwickeln eigener Rechenwege lässt sich nicht als Kompetenzerwartung am Ende der SEP bzw. am Ende der Klasse 4 formulieren. Dennoch ist das Entwickeln eigener Rechenwege unter dem Aspekt des „entdeckenden Lernens“ anzustreben.
- Überschlagendes Rechnen:
  Die Prüfung auf problemangemessene Plausibilität findet sich unter der prozessbezogenen Kompetenz „Problemlösen/kreativ sein“ wieder.
- Flexibles Rechnen:
  Für das Ende der SEP wird keine (verbindliche) Kompetenzerwartung bzgl. des flexiblen Rechnens formuliert. (Hintergrund: Rückmeldung der Schulen) Das bedeutet aber nicht, dass diese Kompetenz nicht im Verlauf der SEP bereits angebahnt werden sollte.

Raum und Form:

- Raumorientierung und Raumvorstellung:
  Ausdifferenzierung der visuellen Wahrnehmungsfähigkeiten (konkrete Benennung auch der Auge-Hand-Koordination, der Figur-Grund-Diskriminierung und der Wahrnehmungskonstanz)
- Körper:
  stärkere Akzentuierung der Schulung des räumlichen Vorstellungsvermögens durch Zuordnung von Bauwerken zu ihren zwei- oder dreidimensionalen Darstellungen
- Symmetrie:
  Streichung der Drehsymmetrie (Hintergrund: Rückmeldung der Schulen)

Größen und Messen:

- Sachsituationen:
  stärkere Thematisierung funktionaler Zusammenhänge

  bewusstes Reflektieren, welche Art der Ergebnisermittlung situationsangemessen ist (Näherungswert, genaues Ergebnis) (Hintergrund: KMK-Standards)

Daten, Häufigkeiten, Wahrscheinlichkeiten:

- Umgang mit Wahrscheinlichkeiten:
  Ausweisung des Umgangs mit Wahrscheinlichkeiten als gesonderter Schwerpunkt (Hintergrund: KMK-Bildungsstandards)

Zu verwendende Fachbegriffe werden unter den Kompetenzerwartungen aller Bereiche explizit ausgewiesen, um den gezielten Aufbau einer Fachsprache in den Blick zu rücken.

Erläuterungen zum Lehrplan Mathematik

Seite 55:

Mathematiklernen … als konstruktiver, entdeckender Prozess
Diese zentrale Auffassung von Mathematiklernen betont, dass fachbezogene Kompetenzen und das Verstehen mathematischer Zusammenhänge in der Regel nicht durch kleinschrittige Darbietung und Einübung von Unterrichtsinhalten aufgebaut werden können. Statt einer bloß rezeptiven, nachvollziehenden Übernahme von Wissensbeständen sollten sich die Schülerinnen und Schüler vielmehr – ausgehend von komplexen Fragestellungen – mathematische Sachverhalte selbstständig und aktiv erarbeiten. Dazu stellt der Mathematikunterricht Lernumgebungen zur Verfügung, die eigene Lernwege ermöglichen.

Deshalb sollten Übungen möglichst ..., operativ ... angelegt sein.
Im Rahmen operativer Übungen werden die Auswirkungen bestimmter Operationen wie Vergrößern, Verkleinern, Vertauschen, gleich- und gegensinnig Verändern bezüglich des Ergebnisses untersucht. Aufgaben werden nicht unsystematisch und isoliert geübt; vielmehr werden in einem strukturierten Aufgabengeflecht aus z. B. Grund-, Tausch-, Umkehr- und Nachbaraufgaben oder aus Grund- und Analogieaufgaben die Zusammenhänge und Beziehungen zwischen den einzelnen Aufgaben herausgearbeitet und zum (vorteilhaften) Rechnen genutzt. Operative Übungen fördern – im Gegensatz zu reinen Routineübungen – die Beweglichkeit des Denkens und Rechnens.

Die notwendigen automatisierenden Übungen bauen auf einer sicheren Verständnisgrundlage auf.
Automatisierende Übungen festigen Grundkenntnisse wie das Einspluseins und das Einmaleins sowie elementare Techniken wie die schriftlichen Rechenverfahren. Als gesichert verfügbare Routinen entlasten sie das Bewusstsein und die Konzentration beim Lösen komplexerer Aufgaben. Automatisierende Übungen sollten jedoch immer erst dann im Unterricht eingesetzt werden, wenn die Schülerinnen und Schüler die entsprechenden Operationen, Rechengesetze, Rechenstrategien und Verfahren verstanden haben. Bei einem verfrühten Übergang zum Auswendiglernen bzw. bei einem verfrühten Einüben von Routinen besteht die Gefahr, dass sich mögliche Fehler oder falsch verstandene Regeln verfestigen (z. B. falsches Ergebnis bei einer Aufgabe des Einmaleins oder Fehler mit der Null bei schriftlichen Rechenverfahren). Vergessene Gedächtnisinhalte müssen dann mühsam durch wenig elaborierte Techniken wie zählendes Rechnen oder Aufsagen der Einmaleinsreihen (neu) aufgebaut werden, statt sie z. B. aus bekannten Aufgaben abzuleiten.
Automatisierende Übungen können folglich nur individuell eingesetzt werden.

Die verschiedenen Darstellungen
Didaktische Materialien und Anschauungsmittel bilden bestimmte mathematische Strukturen ab. Diese müssen von den Schülerinnen und Schülern wahrgenommen und „richtig“ gedeutet werden. Erkennt beispielsweise eine Schülerin oder ein Schüler die Fünferbündelung im Zwanzigerfeld nicht, kann sie/er beim Ermitteln von Anzahlen die „Kraft der 5“ nicht nutzen.
Die wesentlichen strukturellen Merkmale von Arbeitsmitteln und Veranschaulichungen müssen gründlich mit den Schülerinnen und Schülern herausgearbeitet werden. Auch muss der sachgerechte Gebrauch von Unterrichtsmaterialien gelernt und ver-

standen werden. So nutzt es in Hinblick auf den Aufbau strukturierter Zahlvorstellungen wenig, wenn Schülerinnen und Schüler am Hunderterrahmen die Perlen einzeln verschieben, ohne den „Fünferstreich“ oder den „Zehnerstreich“ zu nutzen. Ähnliches gilt z. B. auch für den Einsatz der Hundertertafel: Wenn Kinder z. B. lediglich formal „verstanden“ haben, dass plus 30 „3 Schritte nach unten“ bedeutet, ohne dass sie den Aufbau der Zahlen in den Spalten erkannt haben, kommen sie zwar ggf. zu richtigen Lösungen; ein Verständnis für Analogien wird allerdings nicht aufgebaut.

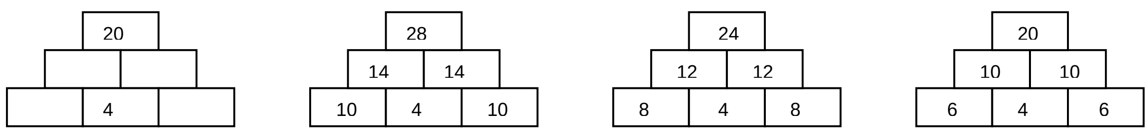
Seite 55:

Anwendungsorientierung
(„Andererseits werden Einsichten über die Realität mit Hilfe mathematischer Methoden neu gewonnen, erweitert und vertieft.“)
Dies ist häufig der Fall, wenn fächerübergreifend unterrichtet wird. Im Sachunterricht kann z. B. das Auszählen von Körnern in Roggen- und Weizenähren ein wichtiges Unterscheidungsmerkmal offenbaren. Bei Pflanzversuchen kann mithilfe des Messens der Frage nachgegangen werden: Wächst unsere Pflanze jeden Tag gleichmäßig? Die Interpretation eines Diagramms zum durchschnittlichen Wasserverbrauch kann zu Überlegungen bezüglich des sparsameren Umgangs mit Wasser führen. Die Berechnung von Zeitspannen zwischen Sonnenaufgang und Sonnenuntergang vertieft das Verständnis für Jahreszeiten. ...

Strukturorientierung
Bei strukturorientierten Aktivitäten und Betrachtungen wird in allen Bereichen des Faches das Regelhafte, Gesetzmäßige, Formelhafte der Erscheinungen sichtbar gemacht. Hierbei kommen Vorgehensweisen wie systematisch Variieren, Ordnen, Vergleichen, Verallgemeinern oder Übertragen zur Geltung.

Seite 56:

Konstruktiver Umgang mit Fehlern und Schwierigkeiten
Fehler gehören zum eigenständigen Lernen dazu. Sie sind häufig Konstruktionsversuche auf der Basis vernünftiger Überlegungen. Wenn Kinder bei ihren ersten Zählversuchen ein Zahlwort wie „einszehn“ kreativ bilden, ist dies ein Zeichen dafür, dass sie bereits über ein Verständnis bzgl. des analogen Aufbaus der Zahlen im zweiten Zehner verfügen und die Bildungsgesetze bei den Zahlwörtern grundsätzlich erkannt und übertragen haben.
Beim Problemlösen impliziert eine unbefangene, (systematisch) ausprobierende Haltung geradezu den Umweg über fehlerhafte Lösungen. Dieses wird aus dem u. a. Beispiel deutlich:



Aufgabenstellung L ö s u n g s s c h r i t t e

Schülerinnen und Schüler sollten zu solch „annähernden“ Vorgehensweisen ermutigt und zur genauen Betrachtung ihrer Lösungsschritte ermuntert werden. Häufig brechen sie nämlich ihre Versuche ab oder radieren Lösungen aus, die nicht schon im ersten Schritt zum Erfolg führen – aus Angst vor Fehlern.

Lernen … als kumulativer Prozess
Kumulatives Lernen findet statt, wenn neue Inhalte systematisch mit vorhandenem Wissen verknüpft werden und so neues Wissen geschaffen wird.

Seite 58:

Darstellen/Kommunizieren
Beim Lernen auf eigenen Wegen setzen sich die Schülerinnen und Schüler zunächst individuell mit Frage- oder Problemstellungen auseinander. Hierbei entwickeln sie ihre eigenen Betrachtungs- und Vorgehensweisen. Diese können durchaus lückenhaft oder umständlich sein. In der Auseinandersetzung mit anderen erfahren die Schülerinnen und Schüler, dass es noch andere Herangehensweisen gibt, vergleichen diese miteinander und bewerten sie. Dabei reflektieren sie auch ihre eigenen Bearbeitungen und erweitern so ggf. ihr Repertoire an Lernstrategien und Erkenntnissen.

Kommunizieren
Mathematikunterricht kommt ohne Sprache nicht aus. Die Kommunikation über mathematische Sachverhalte findet in der Regel in der Umgangssprache statt. Diese ist zumeist handlungsbezogener und bildhafter als die Fachsprache und entspricht häufig eher den Vorstellungen der Schülerinnen und Schüler. „Die Zahlen hier, die sind verwandt“, “Die eine Null ist von der 3 besetzt“ „Und dann kommt da noch die kleine 1“, „Da geht es rauf“, „Die Zahlen sind umgekehrt“ sind typische umgangssprachliche Ausdrücke von Kindern, die noch nicht über Fachsprache verfügen. Umgangssprache vermag mathematische Sachverhalte, Eigenschaften, Beziehungen oder Operationen oft nur ungenau oder nur sehr umständlich zu benennen und zu beschreiben. Fachsprache dagegen ist exakt und eindeutig und ermöglicht, Sachverhalte differenzierter darzustellen. Sie muss behutsam, aber dennoch konsequent und transparent aufgebaut werden. Insgesamt erwerben Grundschüler im Laufe ihrer Schulzeit im Mathematikunterricht bis zu 500 Fachbegriffe.
Gelegentlich verbindet man mit bestimmten Begriffen wie „Seite“, „Winkel“, „Körper“ aber auch „größer als“, „Unterschied“ „gerade (Zahl)“ etc. in der Umgangssprache andere Bedeutungen als in der Fachsprache (Interferenz). Es ist im Unterricht abzuklären, ob die Begriffe auch wirklich im Sinne der Fachsprache verstanden werden.
Lernplakate oder Glossare mit wichtigen Ausdrücken wie „wird immer um ... größer“, „bleibt gleich“, „sind vertauscht“, „erhöhen um...“, „verringern um...“ „Zeile“, „Spalte“, „Diagonale“, „untereinander“, „aufeinander folgend“ etc. können den Kindern helfen, bei Bedarf auf den benötigten Wortschatz zurückzugreifen.
In Anlehnung an die Richtlinien (Kap. 4.3) ist zu berücksichtigen, dass auch im Mathematikunterricht sprachliche Förderung von Kindern, deren Muttersprache oder Herkunftssprache nicht Deutsch ist, erfolgen muss. Ein Wissen um sprachliche Stolpersteine im Mathematikunterricht ist hierbei vonnöten (z. B.: Präpositionen, Steigerungsformen, Konditionalsätze,...).

Seite 58:

Rechenkonferenzen
Rechen- oder Strategiekonferenzen haben in Anlehnung an die Schreibkonferenzen im Fach Deutsch die Funktion, den interaktiven Austausch der Schülerinnen und

Schüler in der Gruppe (3 – 4 Mitschüler) über ihre Vorgehensweisen, Erkenntnisse oder Entdeckungen zu strukturieren. Die Kinder stellen den einzelnen Gruppenmitgliedern ihre schriftlichen Eigenproduktionen nach einem bestimmten Ablaufmuster vor. Hierbei orientieren sie sich an bestimmten Leitfragen, bei einer Konferenz über individuelle Rechenwege z. B.:

- „Was hat der Verfasser gerechnet?
- Wie hat er gerechnet?
- Wie ist das Autorenkind auf die Idee gekommen, *so* zu rechnen?
- Empfinden auch die Mitschüler den Rechenweg als geschickt?
- Ist der Erklärungsversuch des Autorenkindes verständlich?
- Ist das Ergebnis richtig?“ (Beate Sundermann/Christoph Selter: Halbschriftliche Addition und Subtraktion im Tausenderraum (II) – Auf dem Weg vom „Singulären“ zum „Regulären“. Grundschulunterricht 42 (1995)2)

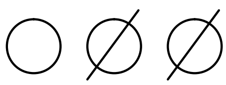
Je nach Aufgabenstellung können die Leitfragen natürlich variieren, hinsichtlich eines Austauschs über einen Forscherauftrag z. B.:

- Zeigt oder erklärt euch, was ihr herausgefunden oder entdeckt habt.
- Wenn ihr etwas nicht versteht, fragt nach. (Wiederholt evtl. die Entdeckungen eurer Mitschüler.)
- Überlegt gemeinsam: Sind alle Entdeckungen richtig?
- Vergleicht: Welche Entdeckungen sind gleich? Wer hat etwas anderes herausgefunden?
- Wer möchte seinen Mitschülern noch einen Hinweis oder Tipp für die Überarbeitung geben?
- Tauscht euch aus: Was fandet ihr bei euren Mitschülern besonders interessant?

Konventionen

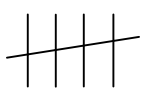
Die Verwendung bildlicher Darstellungen ist meist ebenso an Vereinbarungen (**Konventionen**) geknüpft wie symbolische Schreibweisen.

Kinder, die diese Konventionen nicht kennen und situationsangemessen anwenden können, können im Mathematikunterricht nicht erfolgreich mitarbeiten, wie nachfolgendes Beispiel zeigt:



Diese Darstellung sollen die Schülerinnen und Schüler so deuten, dass bei einer Handlung zwei der drei Plättchen weggenommen werden. Dazu soll die Minusaufgabe 3 – 2 = 1 aufgeschrieben werden.

Dass das Durchstreichen von Gegenständen (Plättchen, Vögel, …) aber nicht immer in diesem Sinne verstanden werden darf, wird deutlich, wenn man die folgende bildhafte Darstellung betrachtet:



Mit dieser Darstellung sollen die Schülerinnen und Schüler keineswegs ein Wegnehmen von 4 Stäben, … assoziieren, sondern das Durchstreichen soll in diesem Fall ein Fünferbündel deutlich erkennbar werden lassen.

Es muss also verein

che Vereinbarung nennt man eine Konvention.

Seite 61:

Minus- bzw. Ergänzungsaufgaben
Häufig wird mit der Subtraktion vornehmlich die Vorstellung des Wegnehmens oder des Abziehens assoziiert. Eine solche Vorstellung ist zwar naheliegend, für die Entwicklung einer breiten und beziehungsreichen Verständnisgrundlage jedoch nicht ausreichend. Zahlreiche Aufgaben (z. B. 21 – 18) lassen sich über die Vorstellung des Ergänzens viel leichter lösen. Auch beim Umgang mit Sachaufgaben treten Fragestellungen auf, die ein Verständnis des Ergänzens voraussetzen (Wie viel muss Ute noch sparen?).
Die Subtraktion ist die Umkehrung der Addition. Der operative Zusammenhang zwischen dem Hinzufügen und Wegnehmen wird durch Handlungen des Ergänzens noch deutlicher.

Ver- bzw. Aufteilaufgaben
Der Division liegen die Grundvorstellungen des Auf- und Verteilens zugrunde.
Beispiel Aufteilen: Am Sportunterricht nehmen 28 Kinder teil. Wie viele Vierergruppen können gebildet werden? Gesucht ist also die Anzahl der Teilmengen. Es ist verbunden mit der Vorstellung des Enthaltenseins: Wie viele Vierergruppen „passen in“ die Anzahl von 28?
Beispiel Verteilen: Am Sportunterricht nehmen 28 Kinder teil. Es sollen vier gleich große Gruppen gebildet werden. Wie viele Kinder sind in jeder Gruppe? Hier ist die Anzahl der Teilmengen vorgegeben und die Anzahl in jeder Teilmenge gesucht.
Die begriffliche Differenzierung gehört zum beruflichen Wissen einer Lehrerin/eines Lehrers – auch, um eine einseitige Wahl von Aufgaben zu vermeiden. Die Kinder benötigen (ohne begriffliche Unterscheidung) Handlungserfahrungen zu beiden Sachverhalten, um eine breite Verständnisgrundlage der Division zu entwickeln.
Zu beachten ist auch die Beziehung zwischen Aufteilen und Messen.

Seite 61:

Operationseigenschaften
Operationseigenschaften sind zum Beispiel: Subtraktion ist die Umkehroperation der Addition; bei der Multiplikation gilt das Kommutativgesetz, bei der Divi-sion nicht; der Division einer Zahl durch 2 und dann durch 3 entspricht die Division dieser Zahl durch 6, usw.

Assoziativgesetz
Das Assoziativgesetz (Verbindungsgesetz) der Addition und Multiplikation besagt: Die Summanden einer Summe bzw. die Faktoren eines Produkts dürfen in der Reihenfolge beliebig zusammengefasst werden:

$8 + 8 + 2 + 6 = 8 + (8 + 2) + 6 = (8 + 8) + (2 + 6)$

$7 \cdot 4 \cdot 5 = 7 \cdot (4 \cdot 5)$

Die Anwendung des Assoziativgesetzes (und anderer Rechengesetze) spielt eine wichtige Rolle beim geschickten, vorteilhaften Rechnen.

Distributivgesetz
Das Distributivgesetz (Verteilungsgesetz) ermöglicht die Zerlegung eines Faktors, z. B.: 7 • 6 = 7 • (5 + 1) = 7 • 5 + 7 • 1. Dadurch kann die „schwierigere" Aufgabe in zwei „leichtere" Aufgaben zerlegt werden. Das Distributivgesetz kommt sowohl bei der Nutzung von Kernaufgaben als auch vor allem bei der halbschriftlichen Multiplikation und Division (Zerlegung des Dividenden) zum Tragen, z. B.:
78 : 6 = (60 + 18) : 6 = 60 : 6 + 18 : 6.

Stufenzahlen
Stufenzahlen sind die Zehnerpotenzen ab 10, also 10, 100, 1000, ...

Kernaufgaben
Als Kernaufgaben werden einfache Multiplikationsaufgaben bezeichnet, die als Erstes auswendig verfügbar sein müssen. Es sind dies die Aufgaben:
1 • n
2 • n
5 • n
10 • n

Aus diesen Aufgaben können unter Anwendung des Distributivgesetzes alle weiteren Einmaleinsaufgaben abgeleitet werden:
3 • n = 1 • n + 2 • n
4 • n = 2 • n + 2 • n
6 • n = 5 • n + 1 • n
7 • n = 5 • n + 2 • n
8 • n = 10 • n – 2 • n
9 • n = 10 • n – 1 • n

Seite 62:

Zerlegungsstrategien
Nicht ausschließlich, aber im Wesentlichen meint man damit das Zerlegen von Zahlen in Vielfache von 10, 100, 1000. Dies ist zum Beispiel beim mündlichen bzw. halbschriftlichen Rechnen von Bedeutung, z. B. 459 + 287 = 459 + 200 + 80 + 7.

Zahlbeziehungen und Rechengesetze für vorteilhaftes Rechnen nutzen
Gerade beim mündlichen und halbschriftlichen Rechnen vereinfachen Zahlbeziehungen und Rechengesetze den Lösungsweg. Statt 78 – 29 zu rechnen, wird mit der benachbarten Zehnerzahl 30 die Aufgabe wesentlich leichter: 78 – 30 = 48, 48 + 1 = 49. Bei mehrgliedrigen Aufgaben helfen Ergänzungen zum Zehner: 27 + 15 + 23 = 27 + 23 + 15. Die Vertauschung der Summanden ist gleichzeitig eine Anwendung des Kommutativgesetzes.

Gesetz von der Konstanz der Summe (Ausgleichsgesetz)
Für die Addition lautet das Konstanzgesetz wie folgt: Der Wert einer Summe bleibt gleich, wenn der erste Summand um eine bestimmte Zahl erhöht und zugleich der zweite Summand um die gleiche Zahl verringert wird, z. B.: 18 + 4 = 20 + 2 = 22. Diese operative Veränderung wird als „gegensinniges Verändern" bezeichnet.
„Gleichsinniges Verändern" führt bei der Subtraktion entsprechend zur Konstanz der Differenz: 76 - 28 = 78 – 30 = 48.
Durch die Anwendung dieser Rechengesetze können Aufgaben vereinfacht werden.

Seite 62:

Schriftliche Subtraktion
Durch KMK-Beschluss war das Verfahren der schriftlichen Subtraktion über vier Jahrzehnte hinweg vorgeschrieben (Erweiterungsverfahren mit der Sprech- bzw. Denkweise des Ergänzens). Die fachdidaktische Diskussion der letzten Jahre hat zu einer generellen Freigabe des Verfahrens geführt. Die Schule kann nunmehr selbst entscheiden, welchem Verfahren (Erweitern, Entbündeln („Borgen") oder Auffüllen) und welcher Sprech- bzw. Denkweise (Abziehen, Ergänzen) sie den Vorzug gewährt.

Restschreibweise
Das Ergebnis einer Divisionsaufgabe mit Rest wird notiert als z. B. 25 : 4 = 6 Rest 1 oder (verkürzt) 25 : 4 = 6 R 1.
Diese Notation ist für Grundschulkinder am verständlichsten, zumal in der Regel in Kontexten gerechnet wird und zum verbleibenden Rest ein konkreter Bezug besteht (25 Bonbons werden an 4 Kinder verteilt. Jedes Kind erhält 6 Bonbons, ein Bonbon bleibt übrig.).
Die Nutzung der Restschreibweise in der Grundschule muss durch den Lehrplan zugelassen werden, da diese Schreibweise gegen die Transitivität der Gleichheitsrelation verstößt: 25 : 4 = 6 Rest 1 und 49 : 8 = 6 Rest 1, es gilt aber nicht: 25 : 4 = 49 : 8.

Die Schülerinnen und Schüler führen die schriftlichen Rechenverfahren der Addition, Subtraktion und Multiplikation sicher aus
Nicht von allen Schülern wird am Ende des 4. Schuljahres für die schriftliche Division die *sichere* automatisierte Beherrschung des Standardalgorithmus verlangt. Allerdings sollen sie in der Lage sein, die einzelnen Rechenschritte (mit Hilfe der Stellentafel) erklären zu können. Somit sollen die Schüler schließlich – etwa bei Leistungsfeststellungen – selbst entscheiden können, ob sie schriftlich oder halbschriftlich/mündlich dividieren.

Aufgabenbezogen
Manche Aufgaben legen es nahe, für ihre Lösung eine ganz bestimmte Strategie des Zahlenrechnens zu verwenden. So kann die Aufgabe 375 + 198 durch Anwendung des Gesetzes von der Konstanz der Summe zu 373 + 200 vereinfacht und im Kopf berechnet werden. Die schriftliche Addition würde sich als viel zu umständlich erweisen.
Bei der Aufgabe 403 – 398 verhilft die „Nähe" beider Zahlen dazu, die Aufgabe in eine Ergänzungsaufgabe umzuformen: 398 + __ = 403. Auch hier erübrigt sich das halbschriftliche bzw. das schriftliche Verfahren. Um „aufgabenbezogen" rechnen zu können, muss der Zahlen- bzw. Aufgabenblick im Unterricht bewusst geschult werden. Vor dem Ausrechnen müssen sich die Kinder zunächst einmal die Aufgaben genau anschauen: Sind Aufgaben dabei, die sich vereinfachen bzw. mit einem bestimmten Rechenweg leichter lösen lassen? So bewahrt der Zahlenblick die Kinder vor gedankenlosem Routinerechnen.
Allerdings wird im Lehrplan ausdrücklich darauf hingewiesen, dass die Kinder Lösungsmöglichkeiten auch nach eigenen Präferenzen nutzen können.

Seite 63:

Raumvorstellung
Voraussetzungen für die Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens ist die Fähigkeit der visuellen Wahrnehmung (visuomotorische Koordination, Figur-Grund-Diskriminierung, Wahrnehmungskonstanz, Raumlage, räumliche Beziehungen).
Das räumliche Vorstellungsvermögen erlaubt die reale räumliche Orientierung, zunehmend die gedankliche räumliche Vorstellung und letztlich das räumliche Denken.
Hilfreiche Aktivitäten sind Bauen, Nachbauen, Umsetzen zweidimensionaler Darstellungen in konkrete „Bauwerke“, Trainieren von Lagebeziehungen (über, unter, vor hinter, links, rechts usw.).

Die Schülerinnen und Schüler bewegen ebene Figuren und Körper in der Vorstellung und sagen das Ergebnis der Bewegung vorher.
Derartige kopfgeometrische Übungen sollen das räumliche Vorstellungsvermögen entwickeln und fördern. Eingehende Handlungserfahrungen mit und an realen Gegenständen bilden die Voraussetzung für die angestrebte Verinnerlichung.

Bandornamente

„Unter einem Bandornament versteht man eine durch zwei parallele Geraden begrenzte Figur mit Verschiebungsperiode.“ (Besuden (1984), 39, zit. nach Radatz/Rickmeyer (1991), 101)
Die Grundfigur ist der kleinste Teil, mit dem man durch Verschiebung das Ornament fortsetzen kann.
Jedes Bandornament ist translationssymmetrisch. Zusätzlich können folgende Symmetrien auftreten:

Längsspiegelung: DDDDDDDDD

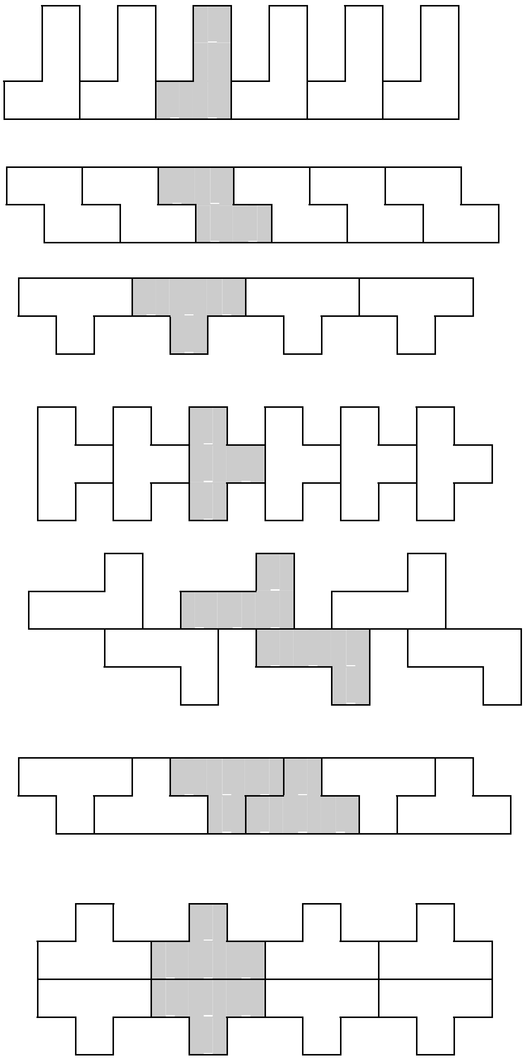
Querspieglung: WWWWWW

Punktsymmetrie zu Punkten auf der Mittelachse: SSSSSSS

Schubspiegelungssymmetrie längs der Mittelachse: p p p p p
(Verschiebung um die Hälfte der Elementardistanz) b b b b b

Natürlich können auch Kombinationen dieser Symmetrien auftreten.

Beispiele:



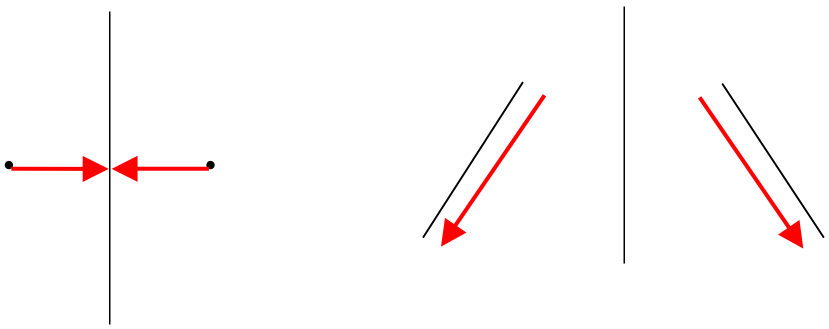
Parkettierungen

Parkette unterscheiden sich durch ihren Herstellungsprozess (Verschieben, Drehen, Spiegeln, Vergrößern, Verkleinern). Sie können die Eigenschaft haben, aus immer der gleichen Grundform gebildet zu werden oder aus mehreren Grundformen. Die verwendeten Grundformen können unterschiedliche Farben haben und gradlinige oder gekrümmte Begrenzungen, wie in der Abbildung aus einem Workshop zu Parkettierungen auf dem 13. Symposium „mathe 2000“ (Leitung des Workshops: Dr. Klaus-Ulrich Guder).

Seite 63:

Ähnliche ebene Figuren
Ähnliche Figuren entstehen durch Vergrößern und Verkleinern. Erste Begegnungen ergeben sich aus Verdoppeln und Halbieren, wenn beispielsweise aus einem Rechteck mit der Länge von 6 cm und der Breite von 4 cm ein neues Rechteck mit doppelter (halber) Länge und Breite gezeichnet wird.

Symmetrieeigenschaften Längentreue und Abstandstreue
Längentreue bedeutet, dass zueinander symmetrische Strecken die gleiche Länge haben.
Abstandstreue bedeutet, dass zueinander symmetrische Punkte von jedem beliebigen Symmetrieachsenpunkt gleich weit entfernt sind.



Seite 65:

Bezugsgrößen
Mit Grundgrößen wie beispielsweise 1 Zentimeter, 1 Meter, 1 Gramm, 1 Kilogramm, 1 Minute verbinden sich Bezugsgrößen aus der Umwelt der Kinder. 1 Zentimeter – Breite des Nagels am kleinen Finger, 1 Meter – Breite der Klassentür, 1 Gramm – 2 Büroklammern, 1 Kilogramm – 1 Tüte Milch, 1 Minute – bis 60 zählen usw. Realistische Bezugsgrößen entwickeln sich besonders gut auf dem Boden von authentischen, herausfordernden Aufgaben.

Spiel- und Sachsituationen
Vorrangiges Ziel des Sachrechnens ist die Erschließung der Lebenswirklichkeit. Herausfordernde Problemkontexte sollten sich von daher zuallererst auf die Alltagserfahrungen der Kinder beziehen bzw. von ihnen ausgehen. In bestimmten Spielsituationen müssen z. B. Punkte zusammengezählt, Schritte bis zum Zielfeld vorausberechnet, Kartenstapel verglichen, Gruppen gebildet, Abstände gemessen werden etc.
Sachsituationen, die (auch) mit mathematischen Mitteln zu bewältigen sind, ergeben sich häufig aus dem gemeinsamen Klassen- oder Schulleben: Es geht hierbei um die Planung konkreter Vorhaben wie: „Anschaffung von Spielgeräten für die Pause", „Flohmarkt", „Klassenausflug", aber auch um Sachkontexte wie „Hausaufgaben", „Schwimmabzeichen" usw.

Seite 66:

Rechengeschichten
Rechengeschichten bilden für Kinder bedeutsame Situationen in sprachlicher Form ab. Sie schildern anschaulich Ereignisse mit mathematischem Gehalt aus der Lebenswelt der Kinder. Der erzählende, altersgemäße Sprachstil erleichtert das Textverstehen und bietet einen motivierenden Rahmen für die Auseinandersetzung mit mathematischen Fragestellungen im Gegensatz zu den traditionellen Textaufgaben, die Sachsituationen in der Regel sehr vereinfacht, auf das Notwendigste reduziert und auf quantitative Angaben fokussiert, darstellen. In Rechengeschichten leiten sich die mathematischen Fragestellungen sinnvoll aus dem geschilderten Kontext ab und lassen idealerweise mehrere Lösungsmöglichkeiten und Antworten zu. Auch hierin unterscheiden sie sich von Textaufgaben mit ihrem starren Frage-Rechnung-Antwort-Schema. Zur Verdeutlichung seien zu einem ähnlichen Kontext eine Textaufgabe und eine Rechengeschichte gegenüber gestellt:

Textaufgabe:
Auf dem Tisch waren 8 Würstchen. Plötzlich waren 2 Würstchen weg.
Wie viele Würstchen sind noch auf dem Tisch?

Rechengeschichte:
Wer bekommt wie viele Würstchen?

Auf dem Tisch liegen acht Würstchen. Die hat Vater dorthin gelegt. Er möchte sie grillen, für Anke und Jonas, für Tante Pia und natürlich auch für sich. Da klingelt das Telefon, und Vater eilt aus der Küche.
Als er wieder hereinkommt, sieht er sofort: Zwei Würstchen fehlen! Das kann nur Bello gewesen sein! „Zu dumm, ich hätte die Würstchen nicht offen liegen lassen sollen!“
Als der Vater den Grill anwirft, kommen Anke und Jonas mit Heißhunger angelaufen. „Was, nur so wenige Würstchen?“, mault Anke, und Jonas ruft: „Ich habe einen Bärenhunger! Ich will wenigstens zwei Würstchen haben!“ Nun kommt auch Tante Pia hinzu. „Hm, Würstchen, wie lecker! Hoffentlich hast du genug!“ Nur Bello verhält sich ganz still und schielt schuldbewusst hinter dem linken Ohr hervor. „Oh je!“, seufzt der Vater. „Ihr werdet euch doch wohl nicht wegen der Würstchen streiten?“
Und nun?
Erzähle die Geschichte zu Ende.
(aus: Verboom, Lilo: Eine spannende Geschichte? In: Grundschule Mathematik, 2008, 16)
Rechengeschichten können auch vorgelesen oder mündlich erzählt werden!

Darstellung funktionaler Beziehungen
funktionaler Zusammenhang
Im Rahmen des Mathematikunterrichts in der Grundschule soll natürlich noch keine systematische Behandlung von Proportionalität, Antiproportionalität oder Nichtproportionalität erfolgen. Dies bleibt den weiterführenden Schulen vorbehalten. Während der Grundschulzeit geht es vielmehr darum, dass die Schülerinnen und Schüler funktionale Beziehungen in ihrem Lebensumfeld entdecken und Erfahrungen im Umgang damit sammeln.
Funktionale Zusammenhänge begegnen Grundschulkindern beispielsweise beim Einkaufen, bei Fahrpreisen oder beim Zahlen von Eintrittsgeldern.

Für die Darstellung funktionaler Beziehungen sind Tabellen, aber auch Diagramme besonders gut geeignet.

Beispiel: Eintrittspreise

Anzahl	Preis
1	2 Euro
2	4 Euro
3	6 Euro
4	8 Euro
5	10 Euro

Seite 66:

Wahrscheinlichkeit von einfachen Ereignissen
Es gibt ein- und mehrstufige Zufallsexperimente (z. B. einmaliges - mehrmaliges Ziehen einer Kugel aus einer Urne). Neben dem Zufallsexperiment an sich spielt aber auch das Anforderungsniveau der Fragestellung, die den Schülerinnen und Schülern vorgelegt wird, eine wichtige Rolle.

Um überprüfen zu können, ob Zufallsexperimente für den Grundschulunterricht geeignet sind, wird nachfolgend zu den Stichworten „Urnenexperimente“ und zu „Würfelexperimente“ jeweils ein Beispiel für die Bestimmung der Wahrscheinlichkeit eines einfachen und eines komplexeren Ereignisses angeführt.

Urnenexperimente:
In einem Gefäß befinden sich 3 rote und 8 blaue Kugeln.
Wahrscheinlichkeit von einfachen Ereignissen:
Es wird eine Kugel gezogen.
Ist es wahrscheinlicher, eine blaue oder eine rote Kugel zu ziehen?
Wahrscheinlichkeit von komplexeren Ereignissen:
Es werden nacheinander 2 Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, 2 rote Kugeln zu ziehen?

Würfelexperimente:
Gewürfelt wird mit zwei Würfeln.
Wahrscheinlichkeit von einfachen Ereignissen:
Die beiden Würfel werden gleichzeitig geworfen und die Summe der gewürfelten Zahlen ermittelt.
Beim Würfeln mit zwei Spielwürfeln wird die Summe 7 wesentlich häufiger gewürfelt als die Summe 12. Woran liegt das?
Wahrscheinlichkeit von komplexeren Ereignissen:
Die beiden Würfel werden zweimal hintereinander gleichzeitig geworfen und jeweils die Summe der gewürfelten Zahlen ermittelt.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, zweimal dieselbe Summe zu würfeln?