Kreuzzahlrätsel 1

**Ein einfacher Start**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A | B |  | C |
| D |  | E |  |
| F | G |  | H |
| I |  | J |  |

**Waagerecht:**

B Quersumme 4

D Quersumme von E senkrecht

E Quadratzahl, beide Ziffern sind Quadratzahlen

F Produkt aus D waagerecht und C senkrecht

I Quadratzahl

J Einerziffer größer als Zehnerziffer

**Senkrecht:**

A um 2 größer als B waagerecht

B Quadratzahl

C Quersumme 11

E Vielfaches von B waagerecht

G Summe aus E waagerecht und B senkrecht

H Teiler von E waagerecht

**Lösungshinweise zum Kreuzzahlrätsel 1**

Das Rätsel kann fast ohne die Betrachtung von Fallunterscheidungen gelöst werden. Daher eignet es sich in besonderer Weise für den Einstieg. Eine weitere Vereinfachung ist möglich, wenn den Schülerinnen und Schülern mitgeteilt wird, dass die Ziffer 0 nicht vorkommt. Dann gibt es einen direkten Weg durch das Rätsel.

Es ist immer günstig als Einstieg eine Zahl zu finden, die durch die Bedingungen eindeutig beschrieben wird. Bei diesem Rätsel ist das die Beschreibung zu E waagerecht: nur die Zahl 49 erfüllt die Bedingung.

Mit der Quersumme 11 findet man für C senkrecht die Zahl 29.

Für B waagerecht gibt es wegen der Quersumme 4 nur die beiden Möglichkeiten 112 oder 202, wenn man voraussetzt, dass in drei Kästchen wirklich eine dreistellige Zahl eingetragen wird, als keine führende Null vorkommt. Setzt man zusätzlich voraus, dass die Ziffer 0 gar nicht vorkommt, ist die Zahl für B waagerecht schon eindeutig bestimmt. Andernfalls sind jetzt zwei Möglichkeiten zu betrachten.

Wenn B waagerecht die Zahl 202 ist, ist 404 die Zahl A senkrecht. Damit wäre D waagerecht nicht zweistellig.

Somit kann B waagerecht nur die Zahl 112 sein. Damit sind A senkrecht die Zahl 114 und E senkrecht die Zahl 448.

B senkrecht ist die Quadratzahl 16.

F waagerecht lässt sich sofort als Produkt 16∙29 = 464 berechnen, ebenso G senkrecht als 49+16 = 65.

Die Quadratzahl I waagerecht ist dann 25.

J waagerecht muss die Einerziffer 9 haben.

Als Teiler von 49 kommt dann in H senkrecht nur 49 in Frage.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A1 | B1 | 1 | C2 |
| D1 | 6 | E4 | 9 |
| F4 | G6 | 4 | H4 |
| I2 | 5 | J8 | 9 |

Kreuzzahlrätsel 2

**Etwas größer, aber auch sehr einfach**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| A | B | C | D | E |
| F |  |  | G |  |
| H | I |  |  |  |
| J |  |  | K |  |
| L |  |  | M |  |

Waagerecht:

A Sechste Potenz einer Primzahl

D Quadrat einer Primzahl

F Quadrat einer Primzahl

G zweite Ziffer um 1 kleiner als die erste

H fortlaufend ansteigende Ziffernreihe

J Produkt zweier ungerader, einstelliger Primzahlen

K Mehrfaches von M waagerecht

L zwei gleiche Ziffern

M die erste Ziffer geteilt durch die zweite Ziffer ist die Zahl im Mittelfeld des Rätsels

Senkrecht:

A Palindrom

B Produkt der Quersumme von C senkrecht und der Zahl im Mittelfeld des Rätsels

C lauter gleiche Ziffern

D Quadratzahl und Palindrom

E alle Ziffern ungerade, jede nachfolgende ist kleiner als die vorhergehende

I dritte Potenz einer Zahl

K zwei ungerade Ziffern

**Lösungshinweise zum Kreuzzahlrätsel 2**

Das Rätsel kann völlig ohne die Betrachtung von Fallunterscheidungen gelöst werden. Zwei Eintragungen sind direkt eindeutig durch die Hinweise bestimmt.

Da es nur eine zweistellige 6. Potenz gibt ist A waagerecht die Zahl 64.

Ebenfalls eindeutig, wenn auch nicht ganz so offensichtlich, ist E senkrecht. Da es nur fünf ungerade Ziffern gibt und diese in absteigender Reihenfolge die Zahl bilden, ist E senkrecht die Zahl 97531.

Damit ist die aufsteigende Folge in H waagerecht bestimmt: 12345.

Die gleichen Ziffern in C senkrecht sind dann 33333.

B senkrecht ist dann (3+3+3+3+3)∙3 = 45.

Das einzige dreistellige Primzahlpalindrom, das auf 4 endet ist 484 in D senkrecht.

F waagerecht ist eine Quadratzahl, die auf 5 endet, also 25.

Das Palindrom A senkrecht ist dann 62126.

Die Zahl in L waagerecht mit gleichen Ziffern ist 66.

Eine dritte Potenz, die dreistellig ist, mit 2 beginnt und auf 6 endet, kann in I senkrecht nur die Zahl 216 sein.

Die führende Ziffer von M ist das Dreifache der Einerziffer, also 3.

Da die Endziffer von K die 3 ist, ist K waagerecht das Dreifache von M waagerecht, also 93.

Bei dem vorgestellten Lösungsweg sind nicht alle Hinweise benutzt worden. Daher ist zu prüfen, ob die nicht verwendeten Bedingungen auch erfüllt sind.

Nicht benutzt wurden:

* D waagerecht: 49 ist jedoch das Quadrat einer Primzahl.
* G waagerecht: Die Einerziffer ist wirklich um 1 kleiner als die Zehnerziffer.
* J waagerecht ist wirklich das Produkt zweier ungerader Primzahlen.
* Bei A waagerecht wurde nur die Eigenschaft „6. Potenz“ benutzt. 2 ist jedoch Primzahl.
* Bei F waagerecht wurde nur die Eigenschaft „Quadratzahl“ benutzt, es ist jedoch auch das Quadrat einer Primzahl.

Kreuzzahlrätsel 3

**Lauter Quadratzahlen**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A | B | C | D | E | F |
| G |  |  | H |  |  |
|  | I |  | J | K | L |
| M | N |  | O | P |  |
| Q |  | R |  |  |  |
| S |  | T |  | U |  |

Die Ziffer Null kommt nicht vor.

**Waagerecht:**

A Quadratzahl

C Quadratzahl

G Quadratzahl, jede Ziffer ist größer als

die vorangehende

H Quadratzahl

I Quadratzahl

K Quadratzahl

M Quadratzahl, eine Ziffer ist so groß wie

die beiden anderen zusammen

O Quadratzahl rückwärts gelesen. Zwei

Ziffern sind größer als 5

Q Quadratzahl, keine Ziffer über 7, nur

eine ist ungerade

S Quadratzahl

T Quadratzahl

U Quadratzahl **Senkrecht:**

B Quadratzahl, nicht gleich G

waagerecht

C Quadratzahl

D Quadratzahl

E Quadratzahl, Palindrom

F Quadratzahl

G Quadratzahl, eine Ziffer ist das

Produkt der beiden anderen

J Quadratzahl

L Quadratzahl einer Quadratzahl

N Quadratzahl, nicht gleich Q

waagerecht

P Quadratzahl

R Quadratzahl

**Lösungshinweise zum Kreuzzahlrätsel 3**

Die Lösung dieses Rätsels ist deutlich anspruchsvoller als die der beiden anderen. Wegen des höheren Zeitaufwands ist es empfehlenswert, dieses Rätsel zur freiwilligen Bearbeitung nach Hause mitzugeben.

Da ausschließlich mit Quadratzahlen gearbeitet wird, empfiehlt es sich, zunächst eine Tabelle der zwei- und dreistelligen Quadratzahlen anzulegen. Die Schülerinnen und Schüler können auch aufgefordert werden, Beobachtungen in der Tabelle anzustellen. Mögliche Beobachtungen sind:

Die Quadratzahlen enden nur auf die Ziffern 0, 1, 4, 5, 6 oder 9.

Quadratzahlen, die auf 6 enden, haben an der Zehnerstelle eine ungerade Ziffer

Quadratzahlen, die auf 1, 4 oder 9 enden, haben an der Zehnerstelle eine gerade Ziffer

Quadratzahlen, die auf 5 enden, haben an der Zehnerstelle eine 2

Es gibt in diesem Rätsel keine Bedingung, die sofort eine Eintragung zulässt. Bedingungen, die nur wenige Möglichkeiten zulassen sind L senkrecht und E senkrecht.

L senkrecht erfordert eine dreistellige vierte Potenz. Es gibt nur die Zahlen 256 oder 625.

Da K waagerecht eine Quadratzahl ist, die nicht auf 2 enden kann, ist L senkrecht die Zahl 625.

K waagerecht kann dann noch 16 oder 36 sein. Wegen der Endziffer von E senkrecht kommt jedoch nur 16 in Frage.

Die einzigen Palindrome unter den dreistelligen Quadratzahlen sind 121, 484 und 676. Also ist E senkrecht die Zahl 121.

O waagerecht ist eine rückwärts gelesene Quadratzahl. Die Quadratzahl muss mit der Ziffer 2 beginnen. Da die beiden anderen Ziffern größer als 5 sind, kann es nur 289 sein, also ist O waagerecht die Zahl 982.

P senkrecht ist nun eine Quadratzahl, die mit 8 beginnt. Da gibt es nur die Zahl 841.

U waagerecht muss dann die Zahl 16 sein.

J senkrecht hat die Ziffer 9 in der Mitte. Das ist nur bei der Quadratzahl 196 der Fall.

H waagerecht ist eine dreistellige Quadratzahl mit der Ziffer 2 an der Zehnerstelle. Hier ist eine umfangreiche Fallunterscheidung erforderlich. In Frage kommen die Zahlen 121, 225, 324, 529. 625 oder 729. Dabei können 225, 324 und 729 bereits ausgeschlossen werden, da dann bei D senkrecht die Quadratzahl auf 2, 3 oder 7 enden würde, was nicht möglich ist.

Im Fall 121 wäre D senkrecht die Zahl 81 und C waagerecht würde auf 81 enden. Eine Solche Quadratzahl gibt es jedoch nicht.

Im Fall 529 wäre D senkrecht die Zahl 25 und C waagerecht die Zahl 121.

Im Fall 625 wäre D senkrecht die Zahl 16 und C waagerecht würde auf 11 enden, was nicht möglich ist.

Somit bleibt nur 529 für D waagerecht übrig. C waagerecht ist dann 121, und F senkrecht ist 49.

Die rechte Hälfte des Rätsels ist damit gelöst. Da nur die Ziffer 1 von C waagerecht in die linke Hälfte hineinragt, sind noch weitere Fallunterscheidungen zu erwarten.

Die geringste Anzahl an Möglichkeiten scheint G waagerecht zu bieten. Nur die Quadratzahlen 169, 256 oder 289 erfüllen die Bedingung. Es wird geprüft, wie diese Zahlen zu den möglichen Zahlen von C senkrecht passen, zu 121, 144, 169 oder 196. Von diesen entfallen 121 und 144, da die mittleren Ziffern dieser Zahlen keine Endziffern der möglichen Zahlen von G waagerecht sind.

Wenn C senkrecht die Zahl 169 wäre, wäre G waagerecht die Zahl 256, und I waagerecht wäre 49. Damit würde B senkrecht auf 54 enden. Quadratzahlen, die auf 4 enden, haben aber immer an der Zehnerstelle eine gerade Ziffer.

Also ist C senkrecht die Zahl 196. I waagerecht ist 16, das B senkrecht nicht auf 3 enden kann.

G waagerecht kann eine der Zahlen 169 oder 289. Dann endet B senkrecht auf 61 oder 81. Es gibt jedoch keine dreistellige Quadratzahl, die auf 81 endet. Somit bleibt für G waagerecht nur die Zahl 169 übrig.

B senkrecht endet auf 61. Es gibt zwei Quadratzahlen mit dieser Eigenschaft: 361 oder 961. Da A waagerecht aber nicht auf 3 enden kann, sind B senkrecht 961 und A waagerecht 49.

Nur die Zahl 144 hat die Eigenschaften von G senkrecht und beginnt mit der Ziffer 1.

M waagerecht kann nur die Zahl 484 sein.

Nur 841 beginnt mit der Ziffer 8. Damit ist N senkrecht bestimmt.

S waagerecht ist zweistellig und endet auf 1, also 81.

Für Q waagerecht gibt es die beiden Möglichkeiten 144 oder 441.

Wäre es 144, so wäre R senkrecht die Zahl 49, aber T waagerecht kann nicht mit der Ziffer 9 beginnen.

Also sind Q waagerecht, R senkrecht 16 und T waagerecht 64.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A4 | B9 | C1 | D2 | E1 | F4 |
| G1 | 6 | 5 | H5 | 2 | 9 |
| 4 | I1 | 6 | J1 | K1 | L6 |
| M4 | N8 | 4 | O8 | P8 | 2 |
| Q4 | 4 | R1 | 6 | 4 | 5 |
| S8 | 1 | T6 | 4 | U1 | 6 |

Hinweise auf weitere Kreuzzahlrätsel

P. Holzamer, Kreuzzahlenrätsel und Zahlenknobeleien, Deutsch Taschenbücher Band 80, Verlag Harri Deutsch, Frankfurt. 1994

Das Buch bietet insgesamt 52 Kreuzzahlrätsel. Zusätzlich gibt es über 100 Kryptogramme. Alle sind mit Lösung angegeben, allerdings ohne die Lösungswege.

Auf der Seite <http://www.a-paulitsch.de/website/kreuzzahlraetsel.html>sind 55 Kreuzzahlrätsel im WORD-Format zum Download zu finden. Zu jedem Rätsel gibt es eine Lösung.

Die Autorin hat Ihre Seite mit der Warnung „Kreuzzahlrätsel kann süchtig machen!“ versehen.

Auf der Seite <http://www.kreuzzahl.de>findet man interaktiv zu bearbeitende Kreuzzahlrätsel in englischer Sprache.

Ein ebenfalls interaktiv zu bearbeitendes, allerding sehr einfach zu lösendes Rätsel ist unter der Adresse <http://www.bartberger.de/Mathematik/Klasse5/Tests/kreuzzahlraetsel.html> zu finden.

Viele weitere Links findet man durch den Suchbegriff „Kreuzzahlrätsel“ mit Hilfe einer Suchmaschine.