**Aufgabe 1 (Olympiadeaufgabe 450435)**

Die Schlüsselsuche

Tom hat fünf Schlüssel, die zu fünf verschiedenen Schranktüren passen, durcheinandergebracht. Er weiß aber, dass jeder Schlüssel nur an einen Schrank passt.

Tom hat Pech und braucht die größtmögliche Anzahl an Versuchen, bis er wieder jeden Schlüssel in seinem Schloss hat.

Bestimme die Anzahl der Versuche.

**Aufgabe 2 (Olympiadeaufgabe 490533)**

Markus und Tobias gehen beide in die gleiche Klasse. Sie betrachten ihren neuen Stundenplan und denken über Möglichkeiten nach, für die Unterrichtsstunden eines Tages eine andere Reihenfolge zu finden.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *Montag* | *Dienstag* | *Mittwoch* | *Donnerstag* | *Freitag* |
| Sachkunde | Deutsch | Sport | Deutsch | Religion |
| Sachkunde | Musik | Mathematik | Deutsch | Mathematik |
| Mathematik | Sport | Religion | Musik | Mathematik |
| Deutsch | Mathematik | Sachkunde | Sport | Musik |

1. Markus meint: „Eine Doppelstunde Sachkunde ist o.k. und soll bleiben.“ Bestimme, wie viele Möglichkeiten gibt es dann, den Montagsplan zu gestalten.
2. Markus meint: „Mathematik ist am Dienstag in der letzten Stunde. Das ist anstrengend und soll geändert werden.“ Bestimme, wie viele Verteilungen für diesen Tag sind möglich, wenn Mathematik nicht in der letzten Stunde liegen soll.
3. Tobias sieht, dass es am Mittwoch alles Einzelstunden sind. Er hätte auch nichts gegen Mathematik in der letzten Stunde, und sagt deswegen zu Markus: „O je, sind das viele Möglichkeiten.“ Bestimme, wie viele mögliche Stundenverteilungen es für den Mittwoch gibt.
4. Tobias untersucht den Donnerstag. Bestimme, wie viele Möglichkeiten gibt es für die Verteilung der Deutschstunden nicht hintereinander liegen sollen.
5. Am Freitag schließlich, so meint Markus, sollte die Doppelstunde Mathematik bleiben, aber sie sollte nicht von der großen Pause nach der zweiten Stunde unterbrochen werden. Bestimme, wie viele Möglichkeiten es dann für den Freitagsplan gibt.

**Aufgabe 3 (Olympiadeaufgabe 380621)**

In einer Bank gibt es die drei Schalter 1, 2 und 3. Noch ist keiner geöffnet.

1. Frau Alberts, Herr Braun, Herr Conrad und Frau Dreesen kommen kurz nacheinander in die Bank. Jeder stellt sich an einem derjenigen Schalter an, an dem die wenigsten Personen vor ihm warten.

Bestimme, wie viele Möglichkeiten es hierbei für die Anordnung der Personen an den Schaltern gibt.

1. Bestimme, wie viele Möglichkeiten der Anordnung es gibt, wenn auch noch Herr Ehlers vor Schalteröffnung kommt und sich entsprechend anstellt.
2. Ermittle, wie viele Möglichkeiten es gibt, wenn sich 8 Personen an den drei Schaltern anstellen.

**Aufgabe 4 (Olympiadeaufgabe 500522)**

Merle und Mira betrachten auf der Wiese Marienkäfer und stellen fest, dass nicht alle die gleiche Anzahl von Punkten haben. Immer aber sind die Punkte auf den beiden Flügeln spiegelgleich angeordnet.

Für ihren Mathematikklub erfinden sie eigene Marienkäfer, die auch *ungleiche* Anzahlen von Punkten auf den beiden Flügeln haben können; aber jeder Flügel hat mindestens einen Punkt und höchstens sechs. Es gibt auch keine „geteilten“ Punkte. Da man bei Marienkäfern linke und rechte Flügel unterscheiden kann, soll der der (6/1) – Marienkäfer ein anderer sein als der (1/6) – Marienkäfer; der (6;1) – Marienkäfer hat auf dem linken Flügel sechs Punkte und auf dem rechten Flügel einen Punkt.

1. Bestimme, wie viele verschiedene Marienkäfer sich die Mädchen ausdenken können, wenn die Summe der Punkte auf beiden Flügeln zusammen nicht größer als 6 sein soll.
2. Marie malt zwei Marienkäfer, zeigt sie aber Mira nicht. Sie sagt ihr nur: „Zusammen haben beide Käfer 11 Punkte, und beim ersten Käfer habe ich auf den linken Flügel sechs Punkte gezeichnet.“ Ermittle, welche Paare von Käfern Merle gezeichnet haben kann.

**Aufgabe 5 (Olympiadeaufgabe 460622)**

Um am Geldautomaten der Mathematik Geld zu erhalten, muss man eine Geheimzahl eingeben, die aus drei Ziffern besteht (z.B. 023) und die dem Kunden vorher bekannt gegeben wurde.

Nach zwanzig falschen Eingaben wird das Konto gesperrt und man kann kein Geld mehr abheben.

Leider hat Herr Krause seine Geheimzahl vollständig vergessen.

1. Bestimme, wie viele verschiedene Geheimzahlen er am Geldautomaten maximal probieren müsste, damit mit Sicherheit die richtige dabei ist.
2. Herr Krause ruft Frau Krause an. Frau Krause fällt ein, dass genau zwei der drei Ziffern gleich waren. Ermittle, wie viele verschiedene Geheimzahlen Herr Krause nun im ungünstigsten Fall probieren müsste, wenn seine Frau Recht hat.
3. Tochter Anke hört dem Telefongespräch zu. Sie weiß sogar noch, dass die Ziffer 9 zweimal auftritt und die beiden Ziffern 9 aufeinander folgen. Erkläre, ob Herr Krause unter Berücksichtigung dieser Information mit Sicherheit Geld am Bankautomaten erhalten kann.

**Aufgabe 6 (Olympiadeaufgabe 480615)**

Oma Streifstrumpf strickt für Peppi neue Socken. Peppi hat drei Lieblingsfarben und zwar rot, gelb und blau, die alle in den drei Streifen vorkommen sollen.

1. Die Oma hat Wolle in diesen drei Farben gekauft. Sie überlegt, wie der Streifenteil aussehen kann. Bestimme, wie viele verschiedene Möglichkeiten die Oma für den Streifstrumpf hat.
2. Fußteil und Schaft sollen jetzt die gleiche Farbe bekommen, aber die drei Streifen sollen erkennbar sein. Ermittle, wie viele verschiedene Socken, die Oma jetzt aus den drei Farben stricken kann.
3. Peppi entdeckt noch lila Wolle in Omas Strickkiste, und sie möchte jetzt Socken mit vier Streifen mit den vier Farben lila, rot, gelb und blau. Oma weiß, dass die Socken von Peppi immer ziemlich dreckig werden und will Fußteil und Schaft nun in schwarz stricken. Diese Wollfarbe hat sie immer in ihrer Strickkiste.

Bestimme, wie viele verschiedene Socken die Oma jetzt für Peppi stricken kann.

1. Peppi wird jetzt noch anspruchsvoller. Sie sagt: „Gut, Oma, der Fußteil kann schwarz sein. Aber dann bitte nur drei Streifen und den Schaft. Und diese Teile aus den vier Farben rot, gelb, blau und lila. Und, bitte, immer da, wo etwas aneinander stößt, wechsle die Farbe.“ Oma seufzt und stöhnt. Überlege, ob ihr Seufzen berechtigt ist.

**Aufgabe 7 (Olympiadeaufgabe 490612)**

Annabella feiert nächsten Monat ihren Geburtstag und hat über viele Wochen gleich große leere Konservendosen gesammelt. Die Dosen sind oben offen und haben keine Beschriftung mehr.

Damit die Dosen schöner aussehen, möchte Annabella drei Streifen auf die Dosen malen und zwar so, dass der Boden und der daran grenzende unterste Streifen nicht die gleiche Farbe haben und nebeneinander liegende Streifen auch nicht. Natürlich sollen alle Streifen und auch der Boden bemalt werden.

1. Annabella findet zu Hause nur die Farben rot und blau. Ermittle, wie viele Dosen sie unterschiedlich bemalen kann.
2. Annabellas Mutter findet noch einen Topf in gelber Farbe. Bestimme, wie viele Dosen sie nun unterschiedlich bemalen kann, wenn sie nicht immer alle Farben verwenden muss.
3. Bisher sind alle Dosen zwei- oder dreifarbig. Der Nachbar bringt noch die Farbe grün vorbei, und Annabella kann weitere Dosen bemalen. Diesmal sollen alle Streifen verschiedene Farben haben. Berechne, wie viele Dosen sie nun bemalen kann.
4. Annabella ist nun fertig und hat eine ganze Menge Dosen bemalt. Als sie ihre Dosen betrachtet, stellt sie fest: „Oh, jede Dose sieht anders aus, aber es gibt zweifarbige, dreifarbige und vierfarbige Dosen.

Wie viele zweifarbige Dosen gibt es? Wie viele sind dreifarbig? Und wie viele vierfarbig?

1. Zusatzaufgabe:   
   Annabelle möchte aus ihren Dosen eine neunstufige Pyramide aufbauen. (Im nebenstehenden Bild ist eine zweistufige Pyramide dargestellt.) Erkläre, ob die Anzahl ihrer Dosen reicht, um diese Pyramide aufzubauen.

**Aufgabe 8 (Olympiadeaufgaben 450513 und 450633)**

1. Eine Treppe hat 12 Stufen. Auf jeder Stufe liegen viele Erbsen. Ganz oben wird eine Erbse in Bewegung gesetzt und rollt über die Kante.

Jede Erbse, die einmal rollt, rollt bis ganz unten. Jedes Mal, wenn eine Erbse über eine Kante rollt, setzt sie auf der nächsten Stufe zusätzlich eine Erbse in Bewegung.

Bestimme, wie viele Erbsen unten insgesamt ankommen.

2. Jetzt habe die Treppe vierzehn Stufen und jede Erbse, die zum ersten Mal über eine Stufe rollt, setzt auf der nächsten Stufe zwei weitere Erbsen in Bewegung. Sie bleibt dann auf der übernächsten Stufe liegen, ohne dort noch einmal Erbsen in Bewegung zu setzen. Oben beginnt das Ganze mit einer rollenden Erbse.

1. Gib an, wie viele Erbsen auf der 1., 2., 3. und 4. Stufe (von oben gezählt) ankommen.
2. Bestimme, wie viele Erbsen unten ankommen.
3. Ermittle, wie viele Erbsen unten ankommen würden, wenn die Treppe 20 Stufen hätte.
4. Überlege, ob es eine allgemeine Formel gibt für eine noch längere Treppe mit *n* Stufen.