**Schokoladen-Zahlen auf der Insel Traqua**

Erläuterungen für Lehrerinnen und Lehrer

Es war einst auf der Insel Traqua, wo die Bewohner nicht mit den uns bekannten zehn Ziffern 0 bis 9, son­dern auf interessante Weise mit Schokoladenziffern 0, X, B und L rechneten. Dieses Szenario lädt die Schülerinnen und Schüler in ein neues Zahlsystem ein – man kann Zahlen darstellen und ver­gleichen, es gibt ein Stellenwertsystem, auch addieren und subtrahieren, multiplizieren und dividieren kann man! Mit der Zeit stellt sich heraus, dass alles möglich ist, was auch im bekannten Dezimalsystem möglich ist.

Die Behandlung des Stellenwertsystems gehört zwar nicht mehr zum obligatorischen Unter­richts­stoff, bietet aber gerade für mathematisch interessierte Schülerinnen und Schüler wichtige Grund­lagen für die Herausbildung eines tieferen Zahlenverständnisses. Die Schülerinnen und Schüler sollen erkennen, dass Stellenwertsysteme den Zugang zur Mathematik bilden.

**Zum Einsatz der Unterrichtsreihe:**

Die Unterrichtsreihe zu den Schokoladen-Zahlen bietet sich zum einen als Einstieg für andere Stellenwertsysteme (Binärsystem, Hexadezimalsystem,…) an. Sie kann aber unabhängig als eigen­stän­dige Reihe mit interessanten und unterhaltsamen Zahlen verwendet werden.

Die verwendeten Ziffern 0, X, B und L heben sich bewusst von den bekannten Ziffern ab, um die entstehende Verwirrung der Schüler beim Benutzen von verinnerlichten Zifferzeichen in anderen Zahlsystemen zu vermeiden. Durch die „Echtheit“ des Schokoladen-Systems soll deutlich werden, dass die Schokoladen-Zahlen eigenständig und von unserem Zahlsystem absolut unabhängig sind. Die generelle Möglichkeit des Zählens mit Hilfe von Stellenwertsystemen wird unterstrichen.

**Zum Aufbau der Unterrichtsreihe**  
Die Aufgaben bilden, beginnend von der Schilderung der „natürlichen“ Entstehung eines Zahlensystems bis zur Erklärung der schriftlichen Multiplikation, die Funktionalität eines Stellen­wert­systems nach. Gerade weil diese Prozesse mit dem Zehnersystem in der Grundschule intensiv geübt wurden, bietet es sich an verschiedenen Stellen an, Ähnlichkeiten zum Zehnersystem zu ent­decken und diese zu hinterfragen. So entstehen Situationen, die Anlass bieten, Stellen­wert­systeme zu analysieren und zu verallgemeinern.

Das Aufgabenmaterial wurde als Selbstlernmaterial konzipiert. Dazu sind zu den Aufgaben der ers­ten Arbeitsblätter jeweils auf dem folgenden Blatt die Lösungen vorangestellt. So können die Schü­ler­innen und Schüler besonders gut ihr eigenes Lern- und Verstehens-Tempo entwickeln. Die Schü­lerinnen und Schüler sollten vom AG-Leiter ermutigt werden, selbständig nach Lösungen zu suchen, und bei der Kor­rektur auch motiviert werden, fehlerhafte Lösungen zu analysieren und die Lösungen zu ver­ste­hen.

Bei den Rechenaufgaben wurde von diesem Konzept abgewichen, um einer „abgehakt“-Mentalität vorzubeugen. Die Schülerinnen und Schüler sollen angehalten werden, nicht nur ihre Ergebnisse zu vergleichen, sondern vielmehr ihre Lösungswege zu diskutieren. Nur so kann das vordergründige Verstehen zum Verinnerlichen ausgebaut werden. Insbesondere das gemeinsame Suchen nach Feh­lern kann in dieser Lernphase als Methode eingesetzt werden.

Der einleitende Text ist für Schülerinnen und Schüler der Klassen 5 und 6 anspruchsvoll. Um den Inhalt vollständig zu verstehen, müssen die Absätze mehrmals gelesen und durchdacht werden. Der Einführungstext kann so dazu beitragen, die Lesekompetenz und das Verstehen komplexer, unbekannter Inhalte zu fördern. Sollten die Schülerinnen und Schüler noch nicht in der Lage sein, sich den Einführungstext selbständig zu erarbeiten, kann das Zahlsystem natürlich auch zentral eingeführt werden und die Aufgaben dann als Übungsaufgaben gestellt werden.

Durch quadratische Schokoladentafeln der Größe 2 x 2 bzw. 4 x 4 lässt sich erfahrungsgemäß eine weitere Motivation beim Einführen des Zahlsystems oder (als Prämie) für das Erreichen von Zwischenzielen erreichen.

**Lösungen der fortgeschrittenen Rechenaufgaben:**

**Aufgabe L0:**

1. L0B + L  = LXX
2. BLLB + B = X0
3. B0B+XX = BXX
4. X0X0+X0X = XXXX
5. LXX + LX = X00B

**Aufgabe LX:**Fred hat zuletzt die Endziffern addiert: B+B=X0. Das Ergebnis ist keine Schokoladenziffer, sondern führt zu einem Übertrag X in die nächste Stelle. Hier wird dann L+X=X0 gerechnet und wieder ein Übertrag X in die nächste Stelle geschrieben. Noch einmal L+X=X0 und ein Übertrag X, dann ergibt B+X=L die erste Stelle des Ergebnisses.

**Aufgabe LB:**

1. XBX + XBX = LOB

25 + 25 = 50

1. BLXL + BXXB = XX0LX

183 + 150 = 333

1. LBX0 + BX0L = XXLXL

228 + 147 = 375

**Aufgabe LL:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | B | X | B | L | 0 | 0 | L |
| + |  |  | L | L | B | 0 | L | X | L |
| + |  |  |  | X | X | 0 | X | B | X |
| + |  | L | 0 | B | 0 | X | L | B | 0 |
|  |  | X | B | X | X | B | X | X |  |
|  | X | 0 | L | 0 | B | B | 0 | B | L |

2000 = 1 · 1024 + 3 · 256 + 3 · 64 + 1 · 16 + 0 · 4 + 0 · 1

Also schreibt man **XLLX00**.

**Aufgabe X00:**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| · | 0 | X | B | L |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| X | 0 | X | B | L |
| B | 0 | B | X0 | XB |
| L | 0 | L | XB | BX |

**Aufgabe X0X:**

a) XBLX

b) XBLX0

c) B0B0X

d) XX0XL

e) X0BBLL

**Aufgabe X0B:**

Der Traquaner Schüler Tristan hat zuerst die Ziffer B mit der Zahl XB0L multipliziert und als Ergebnis L0XB erhalten. Bei dieser Rechnung hätte er auch XB0L+XB0L=L0XB rechnen können. Entsprechend hat er X mit XB0L multipliziert, was natürlich XB0L bleibt sowie L\*XB0L=X0BBX und (noch einmal) B\*XB0L=L0XB gerechnet. Wie Tristan es vom schriftlichen Multiplizieren im Dezimalsystem kennt, hat er die Ergebnisse jeweils um eine Stelle weiter nach links eingerückt und dann addiert.

Im Vergleich zum Dezimalsystem sind es nicht die Einer, Zehner, Hunderter (1, 10, 100,…), sondern die Schokoladen-Zahlen X, X0, X00, X000, die das Schokoladen-Zahlensystem bilden. Man kann eine Schokoladen-Zahl immer darin ausdrücken:

Beispiel.: XB0L=X\*X000 + B\*X00 + 0\*X0 + L\*X.

**Aufgabe X0L:**

a) L0L0L0

b) XBLBX

c) XL00LBBX