Es gibt viele Möglichkeiten, interessante Aufgaben zu erstellen, die Elemente von Kryptogrammen beinhalten. Schon im Bereich der Grundschule können diese Aufgaben gewinnbringend in den regulären Unterricht oder in eine Arbeitsgemeinschaft integriert werden.

Bei fast allen der hier vorgestellten Aufgaben aus dem Fundus der Mathematik-Olympiade bieten sich naheliegende Verallgemeinerungen oder weiterführende Fragestellungen an, die sowohl von den Unterrichtenden vorgegeben als auch von den Schülerinnen und Schülern selbst gefunden und bearbeitet werden können. Einige von ihnen wurden in den Ergänzungen zu den Aufgaben auch schon kurz angedeutet. Die Offenheit und Veränderbarkeit dieser Olympiadeaufgaben macht sie zu einem sinnvollen Material für eine Differenzierung innerhalb einer Schülergruppe, aber auch für den Einsatz im regulären Unterricht oder in Freiarbeitsphasen.

**A: „Warm up“: Erste Begegnungen mit Kryptogrammen**

Anhand dreier derartiger Aufgaben aus dem Grundschulwettbewerb 2008/09 können Schülerinnen und Schüler in die Strategien zur Lösung eines Kryptogramms eingeführt werden.

# Olympiadeaufgabe 480411: Buchstaben-Kryptogramme

**Aufgabe 1:**

Welche Zahlen musst du für die Buchstaben einsetzen, damit wahre Aussagen entstehen? Beachte, gleiche Buchstaben bedeuten gleiche Zahlen.

A ist die Hälfte von C.

B ist das Dreifache von A.

C ist das Doppelte von 10.

D ist die Summe von A und B.

E ist das Produkt von A und C.



Berechne die Summe der Zahlen.

**Lösungsvorschlag:**

Wenn C das Doppelte von 10 ist, dann ist C gleich 20.

A ist die Hälfte von C, also gilt: A = 10.

B ist das Dreifache von A, also ist B gleich 30.

D ist die Summe von A und B, also ist D gleich 40.

E ist das Produkt von A und C, also ist E gleich 200.

Die Summe aller Buchstaben (10 + 30 + 20 + 40 + 200) ergibt 300.

# Olympiadeaufgabe 480421: Buchstaben-Kryptogramme

**Aufgabe 2:**

Welche Ziffern kannst du für die Buchstaben einsetzen? Beachte, gleiche Buchstaben bedeuten gleiche Ziffern.



**Lösungsvorschlag:**

1. Folgende Ziffern kann man für die Buchstaben einsetzen: A = 4; B = 6; C = 8.
2. Mit D = 2; E = 3 und F = 9 ergibt sich die Lösung.

# Olympiadeaufgabe 480431: Knobel-Kryptogramme

**Aufgabe 3:**

Welche Ziffern kannst du für die Zeichen einsetzen? Beachte – gleiche Zeichen bedeuten gleiche Ziffern.



*Hinweis: Die dritte Zahl in der dritten Zeile ist 70.*

**Lösungsvorschlag:**

Ausgehend von der vorgegebenen Zahl 70 können gleiche Zeichen mit den Ziffern 7 bzw. 0 besetzt werden. Dadurch ergibt sich in der ersten waagerechten Gleichung beim Ergebnis an der Einerstelle die Ziffer 3. Danach ergibt sich der Minuend der ersten Gleichung. In der zweiten waagerechten Gleichung ergibt sich der zweite Summand (gleiche Zeichen). Die übrigen Zahlen können berechnet werden. Die einzelnen Spalten ergeben sich wie folgt:

110 – 26 = 84; 77 + 11 = 88 sowie 33 + 37 = 70.

**Anmerkungen zu den Aufgaben und zum Einsatz:**

In Aufgabe 480411, die eine strukturierte Vorstufe zu einem Kryptogramm darstellt, muss erkannt werden, dass die Berechnung von C einen geeigneten Startpunkt bietet, von dem aus dann die weiteren Buchstaben entschlüsselt werden können. Außerdem muss noch die Summe A+B+C+D+E berechnet werden. Es geht in dieser Vorbereitungsaufgabe also schon explizit um das Auffinden einer geeigneten Reihenfolge zur Berechnung der einzelnen gesuchten Ziffern, die nicht mit der Reihenfolge der gegebenen Angaben übereinstimmen muss. In dieser Aufgabe wird auch noch nicht eine ziffernweise Belegung der Buchstaben benötigt. Die Variablen stehen ausschließlich für die Ergebnisse der Rechenaufgaben.

In Aufgabe 480421 wird diese Vorstufe nun erweitert, indem zusätzlich auf das formale Schema der schriftlichen Multiplikation zurückgegriffen wird. Hier müssen die Schülerinnen und Schüler statt der üblichen Additionen der einzelnen Ziffern geeignete Operationen anwenden, die eindeutig zur Bestimmung der fehlenden Ziffern führen. Die Reihenfolge der Berechnung der einzelnen Ziffern ist diesmal durch die eindeutige Bestimmung im Rechenschema vorgegeben, dafür muss bei der zweiten Aufgabe ein weiteres typisches Problem bei der Lösung von Kryptogrammen, die Überträge, beachtet werden.

In Aufgabe 480431 wird schließlich ein recht komplexes Kryptogramm zur Bearbeitung gegeben. Erleichtert wird es in der speziellen Aufgabenstellung vor allem durch das häufige Auftreten paarweise gleicher Ziffern sowie durch die explizite Angabe von zwei Ziffern des Kryptogramms. Durch diese Hilfe kann die Lösung der letzten Spalte sofort gefunden werden, woraus sich anschließend auch die erste Zeile berechnen lässt. Hier tritt jedoch ein weiteres Merkmal vieler Kryptogramme auf, das in vielen Fällen für die Bestimmung der Lösung unverzichtbar ist. Bei der Addition zweier zweistelliger Zahlen bzw. bei der Subtraktion einer zweistelligen von einer dreistelligen Zahl mit einem zweistelligen Ergebnis kann die Hunderterstelle nur eine 1 sein. Nach Anwendung dieser Idee lassen sich die übrigen Ziffern dann leicht berechnen.

**Ergänzungen der Aufgabe:**

Eine noch mehr auf Entdecken und Experimentieren ausgerichtete Variante dieser Aufgabe und damit eine Erweiterungsmöglichkeit für leistungsstarke Schülerinnen und Schüler ergibt sich, wenn man die Angabe der beiden Ziffern zu Beginn der Aufgabe nicht vorgibt. Die Aufgabe bleibt eindeutig lösbar, die Lösung erfordert von den Schülerinnen und Schülern aber wesentlich höhere Durchhaltekraft und erste Ansätze von systematischem Probieren. Vor allem die günstigste Reihenfolge der Berechnung der Ziffern ist nach der Bestimmung der 1 recht schwierig zu finden.

**B: Mein erstes vollständiges Kryptogramm**

Einen erhöhten Schwierigkeitsgrad im Vergleich zur vorangegangenen Aufgabe bietet Aufgabe 470614, in der zum ersten Mal auch Punktrechnungen innerhalb der Aufgabe vorkommen.

# Olympiadeaufgabe 470614:

**Aufgabe 4:**

Löse das folgende Kryptogramm (in jedem Kryptogramm bedeuten gleiche Buchstaben gleiche Ziffern, verschiedene Buchstaben bedeuten verschiedene Ziffern).



**Lösungsvorschlag:**

Die Lösung kann zum Beispiel in dieser Reihenfolge erfolgen:

* F muss die 1 sein, denn in der dritten Zeile werden zwei zweistellige Zahlen addiert mit dem Ergebnis einer dreistelligen Zahl. Die erste Ziffer dieser Zahl kann dann nur die Übertrags-Eins sein.
* Dann muss B die 2 sein, denn in der dritten Spalte wird von einer dreistelligen Zahl eine zweistellige subtrahiert. Deswegen kann die erste Ziffer nur um eines größer sein als F.
* D muss die 6 sein, denn (erste Zeile) A22-CD=22D und D kann aufgrund des ersten Lösungsschrittes nicht mehr die 1 sein.
* H muss dann die 8 sein, denn (dritte Zeile) D+B=H.
* C muss dann die 9 sein, denn (dritte Spalte) 226-98=128.
* A muss die 3 sein, denn (erste Zeile) 322-96=226.
* G muss die 4 sein, denn (zweite Spalte) 96-14=82.
* E muss die 7 sein, denn (erste Spalte) 322:7=46.
* Die Probe durch Nachrechnen zeigt die Richtigkeit des Kryptogramms.

**Anmerkungen zur Aufgabe und zum Einsatz:**

Auch hier ist das Erkennen der sinnvollen Reihenfolge der Berechnung der einzelnen Ziffern das wesentliche Problem, danach erfolgen alle Bestimmungen eindeutig. Neben der Beachtung der Übertragsregeln müssen allerdings zum ersten Mal auch Endstellenregeln beachtet werden. Die Schülerinnen und Schüler müssen erkennen, dass eine Addition zweier gleicher Ziffern, die im Ergebnis als letzte Stelle eine 2 hat, aus der Rechnung 1 + 1 = 2 oder aus 6 + 6 = 12 entstehen kann.

**C: Texte als Kryptogramme**

Aufgabe 470513 eröffnet ein neues Problemfeld: Nicht alle Kryptogramme müssen eine eindeutige Lösung haben.

# Olympiadeaufgabe 470513:

**Aufgabe 5:**

Löse die folgenden Kryptogramme. In jedem Kryptogramm bedeuten gleiche Buchstaben gleiche Ziffern, verschiedene Buchstaben bedeuten verschiedene Ziffern.

1. Achtung! Dieses Kryptogramm besitzt mehrere Lösungen. Du brauchst aber nicht alle zu finden – drei Lösungen reichen.



1. Auch dieses Kryptogramm hat mehrere Lösungen. Hier reicht es, wenn du eine findest.



**Lösungsvorschlag:**

Durch Probieren findet man relativ schnell mehrere Lösungen, wenn man – von der Einerstelle beginnend – versuchsweise die Buchstaben I und L mit Ziffern belegt. Dabei stellt man fest, dass I + L einen Übertrag erzeugen muss, da sonst in der Zehnerstelle E gleich O wäre. Da dieser Übertrag jedoch notwendigerweise 1 ist, muss E = 9 und O = 0 gelten. Als Lösungen ergeben sich zum Beispiel 8 + 4993 = 5001; 7 + 2994 = 3001 oder 5 + 7996 = 8001 oder natürlich weitere richtige Lösungen, die durch Nachrechnen verifiziert werden können.

**Anmerkungen zur Aufgabe und zum Einsatz:**

Diese beiden letzten wie auch die drei folgenden Kryptogramme in Aufgabe 470531 motivieren neben ihrer eigentlichen Struktur auch noch dadurch, dass sie mehr oder weniger sinnvolle grammatische Sätze bilden und in eine kleine Rahmenhandlung integriert sind. Solche Aspekte sind bei der Akzeptanz von Problemlöseaufgaben bei Schülerinnen und Schülern der angesprochenen Altersgruppe nicht zu unterschätzen.

**Ergänzungen der Aufgabe:**

Durch die spezielle Struktur des ersten Aufgabenteils können die Schülerinnen und Schüler nach der Erkenntnis, dass an der Einerstelle ein Übertrag vorliegen muss, sogar recht schnell als Variante der eigentlichen Aufgabenstellung alle 40 Lösungen dieses Kryptogramms bestimmen. Hierbei ist jedoch ein hohes Maß an Selbstorganisation der Schülerinnen und Schüler notwendig, um wirklich die vollständige Lösungsanzahl zu erzielen. Vor allem die Erkenntnis, dass man I zunächst immer größer als L wählen kann, um die Lösungsanzahl auf 20 zu beschränken, und erst im Anschluss die restlichen 20 Lösungen durch Vertauschen von I und L zu erzielen, ist ein Prinzip, das in vielen weiteren Problemlösungsaufgaben zu einer erheblichen Reduzierung des Lösungsaufwandes führen kann.



Im zweiten Aufgabenteil ist vor allem das Auffinden eines geeigneten Startpunktes problematisch. Zwei Ansätze sind die Zehntausenderstelle, an der M (da es keinen Übertrag gibt) kleiner als 5 sein muss, bzw. die Hunderterstelle, an welcher C, je nachdem, ob ein Übertrag vorliegt oder nicht, 0 oder 9 sein kann. Für die restlichen Ziffern muss systematisch probiert werden. Bei dieser Aufgabe alle Lösungen zu finden, kann wahrscheinlich von Schülerinnen und Schüler dieses Alters noch nicht erwartet werden. Ein Wettbewerb, welche Schülergruppe die meisten verschiedenen Lösungen findet, kann jedoch durchaus kreatives Schaffen in einer Arbeitsgemeinschaft ermöglichen.

# Olympiadeaufgabe 470531:

**Aufgabe 6:**

In der Sesamstraße. Ernie und Bert versuchen, Kryptogramme zu machen, also Zahlenrätsel, bei denen gleiche Buchstaben gleiche Ziffern bedeuten, und ungleiche Buchstaben stehen für verschiedene Ziffern. (Keine Zahl beginnt mit der Ziffer 0.)

1. Bert überlegt und schreibt auf



Ernie denkt eine Weile nach und sagt dann: „Bert, das geht aber nicht!“ Wieso hat Ernie Recht?

1. Dann kommt Ernie mit dem Vorschlag:



Bert sagt nach einer Weile: „Das geht auch nicht.“ Wieso?

1. Aber wir können den beiden helfen. Das Kryptogramm



hat eine Lösung. Welche?

**Lösungsvorschlag:**

Teil a) Da das E in der Zehntausenderstelle vorn steht und die beiden anderen Zahlen nur Tausenderstellen haben, muss es als Übertrag die 1 bedeuten. Wenn man die letzte Stelle betrachtet, dann sieht man, dass T + T = E gelten muss. Deswegen muss E gerade (und mindestens 2) sein: Widerspruch.

Teil b) Wenn (letzte Stelle) E + T = T gelten soll, muss das E für die 0 stehen. Deswegen würde aber "ERNIE“ mit einer 0 beginnen: Widerspruch.

Teil c) Da das E in der Hunderttausenderstelle vorn steht und die beiden anderen Zahlen nur Zehntausenderstellen haben, muss es als Übertrag die 1 bedeuten. Da E + E einen Übertrag ergibt, muss das E größer als 4 sein.

Wichtig ist noch die Spalte R+R = R, die bedeutet, dass das R für die 0 stehen kann – dann liefert diese Spalte keinen Übertrag - oder für die 9 - dann trägt die Spalte einen Übertrag (von rechts) und liefert einen Übertrag (nach links). Außerdem muss E ungerade sein, denn die letzte Spalte liefert einen Übertrag zu E. Jetzt kann man probieren:

E = 5. Dann ist T = 0, I = 2 oder I = 7 (die letzte Spalte liefert einen Übertrag). Da aber die Spalte I + I = 5 für die Spalte N + N = 5 einen Übertrag liefern muss, kann nur I = 7 gelten. Folglich muss N = 2 sein. Die Spalte liefert keinen Übertrag. Folglich muss R = 0 sein: Widerspruch.

E = 7. Dann ist T = 4, I = 3 oder I = 8 (die letzte Spalte liefert einen Übertrag). Da aber die Spalte I + I = 7 für die Spalte N + N = 7 einen Übertrag liefern muss, kann nur I = 8 gelten. Folglich muss N = 3 sein. Die Spalte liefert keinen Übertrag. Folglich muss R = 0 sein. Es ergibt sich (was stimmt):



Schließlich betrachten wir den Fall E = 9. Dann ist T = 8, für I bleibt nur noch die 4 übrig. Leider liefert diese Spalte jetzt keinen Übertrag, so dass N + N nicht gleich 9 sein kann: Widerspruch. Die für E = 7 gefundene Lösung ist also die einzige.

**Anmerkungen zur Aufgabe und zum Einsatz:**

Bei diesen drei Aufgaben tritt zum ersten Mal das Problem der Nichtexistenz einer Lösung auf, worauf aber in der Aufgabenstellung explizit hingewiesen wird, so dass die Suche nach einem Gegenbeispiel durch die Schülerinnen und Schüler sofort angeregt wird. Beide Widersprüche laufen über relativ nahe liegende Überlegungen bezüglich der Einer- bzw. der Zehntausenderstelle. Sie sind aber aufgrund der in der Schulmathematik eher unüblichen Fragestellung nicht zu unterschätzen. Das letzte Kryptogramm dieser Aufgabe bietet zum Abschluss eine eindeutige Lösung. Diese Aufgabe ähnelt in ihrer Struktur mit vielen doppelt vorkommenden Ziffern Aufgabe 480431, die oben bereits vorgestellt wurde, ist allerdings von deutlich höherem Schwierigkeitsgrad. Exemplarisch verdeutlicht diese Aufgabe auch die Bedeutung eines mehrfachen Übertrags.

**Ergänzungen und Erweiterungsmöglichkeiten des Moduls über Kryptogramme:**

Es gibt mehrere Varianten dieser Standardformen eines Kryptogramms, die ebenfalls gewinnbringend in den Jahrgängen der Erprobungsstufe angesprochen werden können. Diese Aufgaben werden hier als weiteres Übungsmaterial mit kurzen Lösungen als mögliche Ergänzungen oder Alternativen zu den Aufgaben des oben vorgestellten Moduls angeführt.

Kryptogramme, die Additionen mit mehreren Summanden oder schriftlich ausgeführte Multiplikationen und Divisionen beinhalten, stellen die Schülerinnen und Schüler vor leicht veränderte Probleme. Während die schriftliche Addition, etwa in Aufgabe 370513, vor allem genaue Argumentationen bei den Überträgen erfordert, gibt es bei den schriftlichen Verfahren zu Punktrechnungen (ein Beispiel hierzu ist Aufgabe 430512) die Schwierigkeit, dass der Algorithmus sehr gut verinnerlicht sein muss, um seine Teilschritte nun in der Problemlösung wieder einzeln in verschiedenen Richtungen zu betrachten. Natürlich können gerade in der letztgenannten Aufgabe weite Teile der Argumentation durch systematisches Probieren ersetzt werden.

Auch Kryptogramme, die ausschließlich aus einer (diesmal nicht schriftlich ausgeführten) Multiplikation bestehen wie etwa in Aufgabe 400513, können zu interessanten Überlegungen führen. Hier ist es vor allem der explizit notwendige Beweis der Eindeutigkeit der gefundenen Lösung, der zu exakten Argumentationen der Schülerinnen und Schüler Anlass geben muss. Aufgabe 400532 erweitert die obige Aufgabenstellung noch durch eine textliche Einkleidung und durch die für die Aufgabenlösung notwendige Anwendung von Kenntnissen über Quadratzahlen und deren mögliche Endziffern. Hier wird also von den Schülerinnen und Schülern schon eine hohe Vernetzung von Wissenselementen aus anderen mathematischen Aufgabenbereichen erwartet.

# Olympiadeaufgabe 370513:

**Aufgabe 7:**

Vor der Stunde stand eine Aufgabe an der Tafel:



Dabei stehen hier gleiche Buchstaben für gleiche Ziffern, verschiedene Buchstaben für verschiedene Ziffern.

Ralf und Ines finden nach dieser Regel Lösungen, d.h., Ziffern für A und B, so dass eine richtig gerechnete Aufgabe entsteht. Sie vergleichen dann ihre Lösungen und stellen fest, dass sie zwei voneinander verschiedene Lösungen gefunden haben.

a) Gelingt es dir, sogar drei verschiedene Lösungen zu finden?

b) Gibt es mehr als drei verschiedene Lösungen? Begründe deine Antwort!

c) Wie viele Lösungen gibt es insgesamt, wenn das Tafelbild



gewesen wäre? Begründe auch hier deine Antwort!

**Lösungsvorschlag:**

1. Drei Lösungen sind:



1. Es gibt nur diese drei Lösungen. Begründung: Wenn A und B die Ziffern in einer Lösung sind, so folgt, dass die Addition in den Einerziffern ergibt. Das ist eine Zahl mit der Einerziffer B und dabei muss ein Übertrag auftreten. Sonst ergäbe sich nämlich aus den Zehnerziffern, dass auch die Einerziffer B hätte, also A = 0 wäre, was aber nicht möglich ist, da A in der vierstelligen Summe als Anfangsziffer auftritt.

Der Übertrag muss gleich A sein, denn in den Zehner- und Hunderterziffern ergibt die Summe aus dem Übertrag und ebenfalls eine Zahl mit der Einerziffer B. Ferner folgt, dass die Summe aus A (oder dem Übertrag) und die Einerziffer 0 hat. Da aber die Ziffern A und B nicht größer als 9 sind, ist diese Summe kleiner als 40. Also ist der Übertrag kleiner als 4.

Also ist A eine der Zahlen 1, 2 oder 3. In diesen drei Fällen folgt: Da die Einerziffer 0 hat, hat die Einerziffer 9, 8 bzw. 7. Das gilt aber nur dann, wenn jeweils B die Ziffer 3, 6 bzw. 9 ist.

1. Für diese Aufgabe gibt es ebenfalls genau die drei Lösungen mit denselben Ziffern A und B wie bei der vorigen Aufgabe. Die Begründung ist die gleiche wie in b), indem die dortigen Argumente für Zehner- und Hunderterziffern hier auch für die Tausenderziffern gelten.

Eine andere Lösungsdarstellung ergibt sich mit Hilfe von Gleichungen: Sind A und B die gesuchten Ziffern und ist C = 100B + 10B + B (bzw. C = 1000B + 100B + 10B + B für Aufgabenteil c)), so folgt

A + 4C = 10000A + C, also 3C = 999A und damit C = 333A (bzw. A + 4C = 10000A + C; C = 3333A), was wegen C 999 ( bzw. C 9999) nur mit den genannten A, C und B möglich ist.

# Olympiadeaufgabe 430512:

**Aufgabe 8:**

Bei einer schriftlichen Divisionsaufgabe ist leider Wasser über die Tinte gelaufen, so dass zwar noch klar ist, wo Ziffern standen – aber nur noch die Ziffern 0 und 1 sind lesbar. Man weiß auch, dass an den beiden mit einem schwarzen Quadrat gekennzeichneten Stellen dieselbe Ziffer stand. An jeder mit einem weißen Quadrat gekennzeichneten Stelle können aber auch jeweils verschiedene Ziffern stehen.



Stelle die ursprüngliche Divisionsaufgabe wieder her. (Sie war übrigens richtig gelöst.)

**Lösungsvorschlag:**

In Zeile 2 wird in der Hunderterstelle mit Übertrag abgezogen (sonst müsste die obere Zahl mit 1 beginnen). Also bezeichnet die schwarze Stelle eine 2.

Insgesamt wird die Zahl 2100 dividiert, und das Ergebnis endet nicht mit 0 und nicht mit 2. Also muss das Ergebnis mit 5 enden.

Bisher wissen wir, dass die erste Zeile 2 100 : 2□ = □5 lautet.

Der Divisor kann höchstens 29 sein, also kann die erste Ziffer im Ergebnis nur noch 7, 8 oder 9 sein.

Von den drei noch möglichen Ergebnissen 75, 85 und 95 ist aber nur 75 ein Teiler von 2 100, also 2100 : 28 = 75.

Nachrechnen liefert dann die Zahl 196 für die Zeile 2 und die Zahl 140 für die Zeilen 3 und 4.

*Möglich ist aber auch noch folgende Überlegung:* In der Zeile 4 steht der Divisor mal fünf, und diese Zahl endet auf Null. Damit kann die Zahl in Zeile 4 nur noch 140 sein, denn

* 110 scheidet aus, denn alle Einsen sind sichtbar,
* 120 scheidet aus, denn dann wäre das mittlere Zahlfeld schwarz,
* 130 scheidet aus, denn dann wäre der Divisor 26, und 26 ist kein Teiler von 2100,
* 150 scheidet aus, denn dann wäre der Divisor schon 30.

Damit ist der Divisor 28, und die anderen Zahlen ergeben sich durch Nachrechnen.

*Hinweis:* Weite Teile der Argumentation können hier durch Probieren ersetzt werden.

# Olympiadeaufgabe 400513:

**Aufgabe 9:**

In den folgenden Kryptogrammen bedeuten gleiche Buchstaben gleiche Ziffern und verschiedene Buchstaben verschiedene Ziffern. Finde jeweils eine Lösung und zeige, dass sie die einzige ist.

a)

b)

c)

**Lösungsvorschlag:**

1. Für A kommen nur die Ziffern 1, 2 und 3 in Frage, denn für größere Ziffern wird das Produkt vierstellig. Für B muss eine Ziffer gesucht werden, deren Quadrat auf die gleiche Ziffer endet. Das trifft auf die Ziffern 0, 1, 5 und 6 zu. B kann nicht 0 sein, denn dann würde das Produkt auf zwei Nullen enden. Es sind dann die folgenden Produkte zu prüfen:
2. (2) (3)

(4) (5) (6)

(7) (8) (9)

Nur im Fall (5) steht A im Produkt auch an der Zehnerstelle. Damit gibt es nur eine Lösung: mit A = 2, B = 5 und C = 6.

1. Ein Überschlag ergibt, dass für A nur die Ziffern 1, 2 oder 3 möglich sind. Für größere Ziffern wird das Produkt fünfstellig. Diese Aufgabe löst sich am einfachsten mit Hilfe der Umkehroperation. Die möglichen Fälle der Division sind
2. 1111 : 11 = 101, (2) 2222 : 22 = 101, (3) 3333 : 33 = 101.

Da der so erhaltene zweite Faktor auch die Ziffer A enthalten muss, kann nur die Gleichung (1) die richtige Lösung liefern. Damit heißt die Lösung mit A = 1 und B = 0.

1. Für eine zweistellige Zahl mit verschiedenen Ziffern gilt: Bildet man die Differenz zwischen ihr und der Zahl, in der die Ziffern vertauscht wurden, ist diese stets ein Vielfaches von 9. Da weiterhin A als Anfangsziffer nicht Null sein kann, ergibt sich A = 9. Die beiden zweistelligen Zahlen unterscheiden sich um 9, damit muss die kleinere von beiden in dem nächstkleineren Zehnerbereich liegen und B kann nur 8 sein. Die Lösung heißt: 98 – 89 = 9 mit A = 9 und B = 8.

# Olympiadeaufgabe 400532:

**Aufgabe 10:**

Cornelia fragt Christian: „Kannst du SEE quadrieren?“ „Wie bitte?“ fragt Christian und schüttelt den Kopf. „Pass auf, ich erkläre es dir“, sagt Cornelia. „Wenn du SEE mit SEE multiplizierst, kommt MEINS heraus. Das ist eine jener Aufgaben, bei denen jeder Buchstabe für eine Ziffer steht.“ „Und ich soll herausfinden, welche Ziffer sich hinter welchem Buchstaben verbirgt – und was dann SEE und MEINS bedeuten“, sagt Christian. Und genau das ist jetzt dein Problem.

**Lösungsvorschlag:**

Die Quadratzahl von SEE muss fünf Ziffern haben (denn MEINS hat fünf Buchstaben); demnach ist S ≤ 3 (denn wäre S ≥4, so wäre , also nicht mehr fünfstellig!).

Da MEINS eine Quadratzahl ist, aber keine Quadratzahl auf 2 oder 3 endet, und weil S als Anfangsziffer von SEE nicht 0 sein kann, ist S = 1.

Nun haben nur Zahlen, die mit einer 1 oder mit einer 9 enden, Quadratzahlen, die auf 1 enden; E kann also nur 1 oder 9 bedeuten.

Da S schon 1 ist, folgt E = 9. SEE endet aber nicht mit S, also nicht mit 1. Es folgt, dass E = 9 ist.

Die Rechnung schließlich zeigt: Die gesuchten Ziffern zu den Buchstaben sind E = 9, I = 6, M = 3, N = 0 und S = 1. Somit entspricht SEE der Zahl 199 und MEINS der Zahl 39601.

Die Beispiele dieser Einführungsreihe in das Lösen von Kryptogrammen basieren ausschließlich auf Olympiadeaufgaben für die Jahrgangsstufen 4 bis 6. Natürlich gibt es viele weitere Beispiele dieser Aufgabenart, etwa Aufgabe 430911 für Mittelstufenschülerinnen und -schüler, in der vor allem der Grad der Argumentationsführung stark zunimmt, da in verschiedenen Stellenwertsystemen gearbeitet werden muss, bis hin zu sehr schwierigen Varianten im ZEIT-Magazin, die auch viele Oberstufenschülerinnen und –schüler noch vor große Probleme stellen würden.

**Geschätzter Zeitaufwand:**

Die Bearbeitung der Aufgaben dieses Moduls erfordert etwa drei Doppelstunden. Mit den Ergänzungen kann für interessierte Schülerinnen und Schüler noch Stoff im Umfang von ca. zwei weiteren Doppelstunden bereitgestellt werden.