# Aufgabe 1 (460723):

Susanne hat sich eine Methode ausgedacht, wie sie den Flächeninhalt eines Kreises be­rech­nen kann. Sie findet ein Gefäß, das die Form eines (geraden) Zylinders hat. Die Grundfläche ist ein Kreis, dessen Flächeninhalt Susanne ermitteln will.

Sie gießt einen Liter Wasser in dieses Gefäß und stellt es in die Sonne. Daneben stellt sie ein quaderförmiges Aquarium. Es hat die Länge 20 cm, die Breite 15 cm und die Höhe 10 cm. In dieses Aquarium gießt sie zwei Liter Wasser.

Nach vielen Stunden stellt Susanne fest, dass der Wasserspiegel in den beiden Gefäßen je­weils um 2 cm gesunken ist. Sie gießt das Wasser aus dem Zylinder in ein Messgefäß und stellt fest, dass noch 750 ml übrig sind.

Susanne weiß, dass die verdunstete Wassermenge in den beiden Gefäßen proportional zur Größe der Wasseroberfläche ist.

1. Berechne, wie viel Wasser im Aquarium verdunstet ist.
2. Berechne den Flächeninhalt der Grundfläche des Zylinders.

# Aufgabe 2 (450833):

Drei kongruente Kreise mit den Mittelpunkten *M*1, *M*2, *M*3 und dem Radius *r* verlaufen durch einen gemeinsamen Punkt *D*. Diese Kreise schneiden einander außerdem in weiteren Punk­ten, die mit *A*, *B* und *C* bezeichnet werden.

1. Beweise, dass man einen Punkt *S* konstruieren kann, der von diesen drei Schnitt­punk­ten den gleichen Abstand besitzt.
2. Vergleiche den Radius des Kreises mit dem Mittelpunkt *S*, auf dem *A*, *B* und *C* liegen, mit dem Radius *r*.

# Aufgabe 3 (380716):



Die Abbildung zeigt zwei gleich große Münzen *a* und *m* mit den Mittelpunkten *A* bzw. *M*, die einander berühren, sowie einen Punkt *X* auf dem Rand von *m*. Die Münze *m* soll an der fest ge­hal­tenen Münze *a* (im mathematisch positiven Drehsinn) abrollen, ohne dabei an ihr zu glei­ten.

Wir sagen, die Münze *m* habe „einen Umlauf um *a*“ ausgeführt, wenn ihr Mittelpunkt *M* zum ersten Mal dieselbe Lage wie zu Anfang hat.

Wir sagen, die Münze *m* habe „eine Umdrehung“ ausgeführt, wenn der Pfeil beim Ab­rol­len sich zum ersten Mal um 360° gedreht hat, d.h. zum ersten Mal wieder seine Aus­gangs­rich­tung erreicht hat.

Überzeuge dich von der Richtigkeit der folgenden Aussagen (Ein Beweis für diese Aussagen wird nicht verlangt.):

1. Die Münze *m* hat bei einem Umlauf um a genau zwei Umdrehungen ausgeführt.
2. Der Punkt *M* legt bei einem Umlauf als Weg den Kreis um *A* mit dem doppelten Ra­di­us der Münzen zurück.



Die Abbildung zeigt drei gleich große Münzen *a*, *b* und *m* mit den Mittel­punk­ten *A*, *B* und *M*.

Jede dieser Münzen berührt die beiden anderen. Entsprechend wie oben wird ge­klärt, wann *m* einen „Umlauf um *a* und *b*“ bzw. eine „Umdrehung“ ausgeführt hat.

1. Wie viele Umdrehungen führt m bei einem Umlauf um *a* und *b* aus? Wenn die ge­such­te Zahl der Umdrehungen keine ganze Zahl ist, dann gib sie in Form eines ge­kürz­ten Bruches an.
2. Welche Lage *X*‘ erhält der Punkt *X*, wenn er mit der Münze *m* mitbewegt wird, nach einem Umlauf von *m* um *a* und *b*? Beschreibe diese Lage, indem du die Größe des Win­kels angibst, den der Pfeil mit dem ursprünglichen Pfeil bildet.
3. Nach wie vielen Umdrehungen von *m* erreicht der mitbewegte Punkt *X* zum ersten Mal wieder dieselbe Lage wie zu Anfang?
4. Welchen Weg beschreibt der Punkt *M* bei einem Umlauf von *m* um *a* und *b*?

# Aufgabe 4 (430823):

Es sei *k* ein Kreis um *M*. Auf der Kreislinie liegen (in dieser Reihenfolge) die Punkte *A*, *B*, *C*, *D* so, dass die folgenden Bedingungen (1), (2) und (3) erfüllt sind:

1. ist ein Durchmesser von k.
2. Die Strecken und haben die gleiche Länge.
3. Die Strecken und haben die gleiche Länge.

Zeige, dass durch diese Bedingungen die Größen der Innenwinkel des Vierecks *ABCD* ein­deu­tig bestimmt sind. Gib die Größe der Innenwinkel an.

# Aufgabe 5 (480835):

Über fünf Punkte *A*, *B*, *C*, *D*, *E* wird vorausgesetzt:

1. Die Punkte liegen in dieser Reihenfolge auf einem Kreis *k* mit dem Mittelpunkt *M*.
2. Der Mittelpunkt *M* liegt auf der Strecke .
3. Die Strecken und sind gleich lang.
4. Die Strecken , und haben dieselbe Länge.
5. Beweise, dass aus diesen Voraussetzungen folgt: Die Dreiecke *MCD*, *MDE* und *MEA* sind kongruent.
6. Berechne die Größen der Innenwinkel im Dreieck *BCD*.

# Aufgabe 6 (480833):

Das Dreieck *ABC* sei spitzwinklig und nicht gleichschenklig. Der Umkreis des Dreiecks werde mit *k* bezeichnet. Der Höhenschnittpunkt heiße *H*, der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten heiße *M*. Der von *C* verschiedene Schnittpunkt der Geraden durch *C* und *H* mit dem Kreis *k* werde mit *F* bezeichnet. Der von *C* verschiedene Schnittpunkt der Geraden durch *C* und *M* mit dem Kreis *k* werde mit *G* bezeichnet.

1. Beweise: Das Viereck *AGBH* ist ein Parallelogramm.
2. Beweise: Wenn der Winkel *BAC* kleiner als der Winkel *CBA* ist, dann ist das Vier­eck *AGFB* ein gleichschenkliges Trapez.