

**Aufgabenbeispiel: Flächenverdopplung**

**Jahrgangsstufe: 5/6**

**Aus:**

**Landesinstitut für Schule / Qualitätsagentur (Hrsg.)**

**Kompetenzorientierte Diagnose**

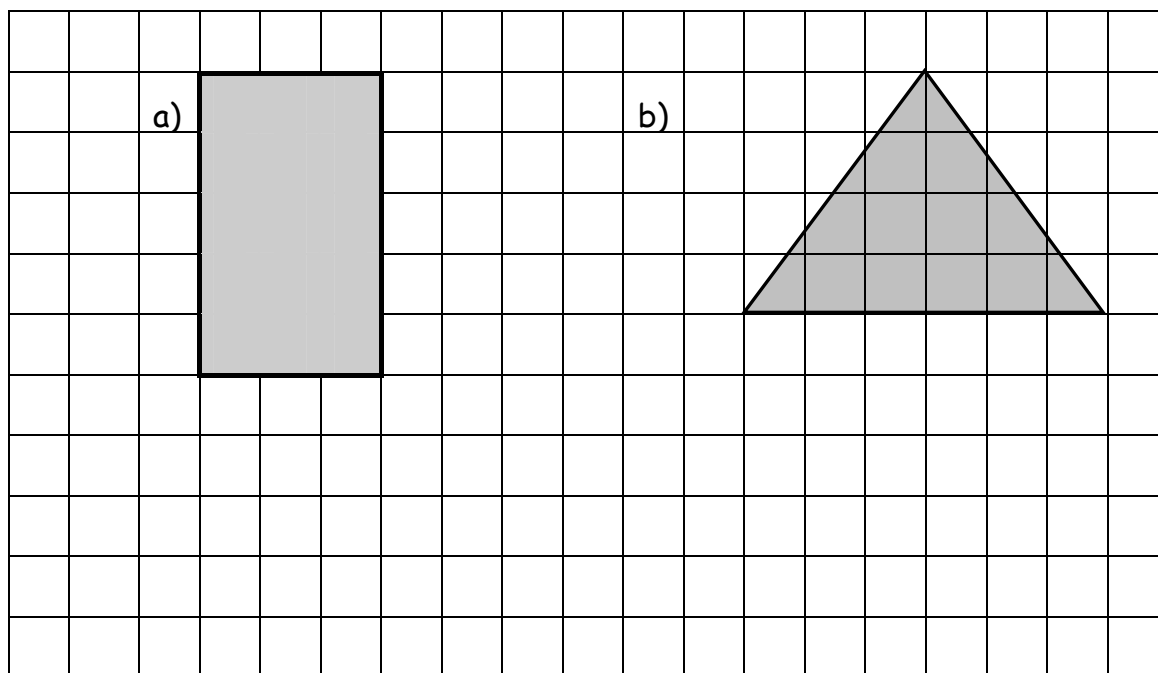
**Aufgaben für den Mathematikunterricht**

**Ernst Klett Verlag GmbH, Stuttgart 2006-02-01**

**S. 47 – 51**

## Aufgabe Flächenverdopplung

Zeichne zu a) und b) jeweils eine Figur mit einer doppelt so großen Fläche.



### Hinweise zur Aufgabenstellung

Mit der Aufgabe „Flächenverdopplung“ sollen Informationen darüber gewonnen werden, ob Schülerinnen und Schüler wissen, wann sich der Flächeninhalt einer Figur verdoppelt, und wie sie bei der konkreten Verdopplung der Flächeninhalte vorgegebener Figuren vorgehen. Das vorgegebene Raster und die Lage der beiden Figuren kann die Verdopplung der vorgegebenen Flächen durch Spiegelung an einer Seite nahe legen. Dadurch wird aber gerade in Teilaufgabe a) nicht verhindert, dass Schülerinnen und Schüler ihren individuellen Vorstellungen entsprechend versuchen, den Flächeninhalt des Rechtecks zu verdoppeln, indem sie beide Seitenlängen verdoppeln.

In Teilaufgabe a) wurde mit dem Rechteck bewusst eine möglichst einfache Figur in einfacher Lage gewählt, um möglichst allen Schülerinnen und Schülern einen Einstieg in die Aufgabe zu ermöglichen. Zwar besteht hier die Möglichkeit, eine vermutete und gezeichnete Lösung durch Abzählen der Kästchen zu überprüfen, jedoch hat sich gezeigt, dass gerade Schülerinnen und Schüler mit nicht angemessenen individuellen Vorstellungen der Flächenverdopplung hiervon *nicht* Gebrauch machen.

Das vorgegebene Raster soll den Schülerinnen und Schülern als Platz für die Bearbeitung der Aufgabe dienen. Das gewählte Format provoziert u. U. eine Verdoppelung der Fläche durch

Spiegelung an a (a) bzw. c (b). Die Überprüfung des Verständnisses des Begriffs „doppelt so groß“ bezogen auf Flächen wird hiervon allerdings nicht tangiert.

Im Aufgabenteil a) ist bewusst eine einfache Darstellung gewählt, um auch schwächeren Schülern die Möglichkeit einer Lösung zu geben. Sie können durch einfaches Abzählen der Kästchen den Flächeninhalt des Rechtecks bestimmen. Inwieweit sie dieses Ergebnis für die Zeichnung einer doppelt so großen Fläche nutzen, bleibt abzuwarten. Es hat sich gezeigt, dass gerade schwächere Schüler die Länge und Breite des Rechtecks verdoppeln, um eine angeblich doppelt so große Fläche zu konstruieren. In diesem Fall wurden die Kästchen nicht vorher abgezählt.

Die Abzählmethode ist für Aufgabe b) insofern komplizierter, als nicht auf den ersten Blick genau zu erkennen ist, wie groß die Fläche ist. In der Anschauung müssten Teile des Dreiecks aneinandergelegt werden, um „ganze“ Kästchen auszufüllen. Der Lehrer könnte schwächeren Schülern evtl. einen Hinweis auf die „ungefähre“ Flächengröße geben.

Wendet man Kenntnisse aus der Achsenspiegelung an, ist die Aufgabe relativ leicht zu lösen. Der Schüler zählt die Kästchenlänge der Höhe und überträgt sie nach unten. Durch die Verbindung der neuen Höhe mit den Eckpunkten entsteht ein gleichgroßes Dreieck und mit der vorgegebenen Figur eine doppelt so große Fläche.

Bezogen auf die Kernlehrpläne (Hauptschule, 5/6) werden folgende Kompetenzen abgefragt:

	Schülerinnen und Schüler
Geometrie – ebene und räumliche Strukturen nach Maß und Form erfassen	
Messen Konstruieren	... schätzen und bestimmen Längen, Winkel, ... Vielecken, Flächeninhalte von Rechtecken ... ... zeichnen grundlegende ebene Figuren
Werkzeuge – Medien und Werkzeuge verwenden	
Konstruieren	... nutzen Lineal, Geodreieck zum Messen und genauen Zeichnen

## Erwartete bzw. mögliche Bearbeitung

a) Der Schüler zeichnet eine Fläche mit 30 Kästchen.

Alternative 1: Er spiegelt an Seite a oder b.

Alternative 2: Er zeichnet eine gleich große Fläche von beliebiger Form.

b) Es entsteht eine Fläche mit 24 Kästchen.

Alternative 1: Der Schüler spiegelt an Seite c.

Alternative 2: Er zeichnet eine gleich große Fläche beliebiger Form. Dabei kann es sich auch um ein Rechteck handeln.

Zusätzlicher Hinweis: Der Flächeninhalt des Dreiecks beträgt 12 Kästchen.

## Mögliche Schwierigkeiten

Im Unterricht der 6. Klasse (Hauptschule) hat sich gezeigt, dass Schüler mit „doppelt so groß“ häufig eine Verdoppelung der Länge und Breite assoziieren. In dem Fall entsteht eine Fläche, die viermal so groß ist wie die ursprüngliche.

Tritt dieser Fall ein muss die Bedeutung des Begriffs „doppelt so groß“, bezogen auf Flächen, geklärt werden. Die Berechnung eines Flächeninhalts muss erneut hergeleitet werden.

Ebenfalls sollte die Bedeutung des Begriffs „Fläche“ wiederholt werden.

Dabei sollten die entsprechenden Schülerinnen und Schüler Aufgaben bearbeiten, bei denen sie insbesondere den Unterschied von Umfang und Flächeninhalt sowie deren unterschiedlichen Verhalten bei Streckungen der Figur entdecken können.

## Diagnostische Informationen

Bei dieser Aufgabe spielt der Begriff „doppelt so groß“ eine zentrale Rolle. Welche Vorstellung hat der Schüler von diesem Begriff bezogen auf eine Fläche? Wendet er den Begriff möglicherweise auf Länge und Breite der Flächen an?

Die Lösung ist auf vielfältige Weise möglich und es ist interessant zu beobachten, welche Möglichkeit der Schüler wählen wird. Besitzt und wendet er Kenntnisse aus der Achsenspiegelung an und verdoppelt so die Fläche oder erreicht er sein Ziel durch Abzählen der Kästchen? Wählt er als Darstellung ebenfalls Rechteck bzw. Dreieck oder kann er sich von den vorgegebenen Formen lösen und zeichnet andere Flächen wie z. B. ein L?

Je nach Lösung lassen sich Rückschlüsse ziehen auf

- Kenntnisse der Bestimmung des Flächeninhalts.

## Fragen zur Selbsteinschätzung:

Wenn die Schüler die Aufgabe bearbeitet haben, so können sie voraussichtlich die folgenden Fragen zur Selbsteinschätzung fundiert beantworten bzw. eine vor der Bearbeitung getroffene Einschätzung ggf. revidieren:

Wie sicher bist du, wenn du ...

- ... eine gegebene Figur doppelt so groß zeichnen sollst?
- ... Flächen berechnen sollst?

## Vorschläge für die Besprechung der Aufgabe im Unterricht

Aufgrund der vielfältigen Möglichkeiten sollten auch alle Lösungswege besprochen werden. Je nach Schulform ist davon auszugehen, dass die von den Schülern vorgestellten Verfahren nicht das gesamte Spektrum abdecken. An dieser Stelle sollte der Lehrer die Schüler durch eventuell gezielte Impulse („Muss die neue Fläche unbedingt rechteckig sein? .....) zu einem Nachdenken über alternative Lösungen anregen.

Durch die Besprechung der verschiedenen Strategien zur Lösungsfindung wird die räumliche Wahrnehmung aller Schüler geschult. Leistungsstärkeren Schülern bietet sich hier die Möglichkeit, ihr Wissen zu präsentieren.

Diese Aufgabe bietet sich auch an, um das unterschiedliche Verhalten von Flächeninhalt und Umfang einer Figur bei Streckungen oder Stauchungen zu besprechen. Dabei können die Schülerinnen und Schüler selber mögliche Fehlerquellen bei der Bearbeitung der Aufgabe diskutieren.

## **Alternative Aufgabenstellungen**

Je nach Leistungsvermögen der Schülerinnen und Schüler können kompliziertere Figuren gewählt werden. Wenn man die individuellen Strategien bei der Aufgabenbearbeitung in jedem Fall nachvollziehen können möchte, so sollte man die Schülerinnen und Schüler auffordern ihren Lösungsweg zu beschreiben bzw. sie begründen lassen, warum ihre Figur doppelt so groß ist. Wenn man speziell das Zählen der Kästchen, die eine Figur ungefähr umfasst als Strategie fördern möchte, so kann man krummlinig begrenzte Figuren vorgeben.

*Bitte beachten Sie:*

*1. Sofern nicht gesondert gekennzeichnet, ist alles Material in diesem Angebot urheberrechtlich geschützt und darf in keiner anderen Weise verwendet werden, als es in den allgemeinen Urheberrechtsbestimmungen auf learn:line oder im Text der Seite genehmigt ist. Es wird ausdrücklich darauf hingewiesen, dass die Rechte an eingestellten Beiträgen bei den Autoren verbleiben. Eine unautorisierte Veröffentlichung an anderen Orten insbesondere zu kommerziellen Zwecken ist nicht zulässig.*

*2. Nicht-kommerzielle Besucher dieser Seite dürfen jegliches Material nur zur privaten, nicht-kommerziellen Verwendung herunterladen. Angestellte, Agenten, Mitglieder oder andere Vertreter eines Unternehmens / einer Organisation dürfen Material von dieser Seite nur für nicht-kommerzielle Zwecke innerhalb des Unternehmens oder der Organisation herunterladen. Diese Befugnis setzt die Beachtung jeglicher urheberrechtlicher oder eigentumsrechtlicher Bestimmungen, denen das Material unterliegt, voraus.*

*Nachfragen / Feedback unter <http://www.sinus.nrw.de/projekt5>*