

**Aufgabenbeispiel:** Streckenlänge

**Jahrgangsstufe:** 9

**Aus:**

**Landesinstitut für Schule / Qualitätsagentur (Hrsg.)**

**Kompetenzorientierte Diagnose**

**Aufgaben für den Mathematikunterricht**

**Ernst Klett Verlag GmbH, Stuttgart 2006-02-01**

**S. 40 - 43**

## Aufgabe Streckenlänge

- a) Zeichne die Punkte A ( 2 / 3 ) und B ( 6 / 8 ) in ein Koordinatensystem!
- b) Miss die Länge der Strecke  $\overline{AB}$  !
- c) Berechne die Länge der Strecke  $\overline{AB}$  !

### Hinweise zur Aufgabenstellung

Die Teilaufgaben a) und b) zielen auf Kompetenzen ab, die in den Jahrgangsstufen 5 und 6 erworben wurden. In Teil c) müssen die Schülerinnen und Schüler ein geeignetes rechtwinkliges Dreieck finden und den Satz des Pythagoras anwenden. Es wurde bewusst kein Maßstab in Teil b) vorgegeben, um nicht von vornherein das Augenmerk auf das damit verbundene Problem zu lenken. Wählen die Schülerinnen und Schüler zufällig den Maßstab 1 cm entspricht einer Längeneinheit, so ist das in Ordnung. Wählen sie einen anderen Maßstab, so wird in der Aufgabe erwartet, dass sie Stellung nehmen zu den unterschiedlichen Ergebnissen in b) und c).

Bezogen auf die Kernlehrpläne werden folgende Kompetenzen angesprochen:

	Schülerinnen und Schüler ...
<b>Werkzeuge (5/6) - Medien und Werkzeuge verwenden</b>	
Konstruieren	... nutzen Lineal, Geodreieck ... zum Messen und genauen Zeichnen
<b>Geometrie (5/6) - ebene und räumliche Strukturen nach Maß und Form erfassen</b>	
Konstruieren	... zeichnen grundlegende .. Figuren ... auch im ebenen Koordinatensystem
Messen	... schätzen und bestimmen Längen
<b>Geometrie (9/10) - ebene und räumliche Strukturen nach Maß und Form erfassen</b>	
Anwenden	... berechnen geometrische Größen und verwenden dazu den Satz des Pythagoras

evtl. auch:

<b>Problemlösen (9/10) - Probleme erfassen, erkunden und Lösen</b>	
Erkunden	... zerlegen Probleme in Teilprobleme

Reflektieren	... vergleichen Lösungswege ... und bewerten sie
<b>Funktionen (5/6) – Beziehungen und Veränderungen beschreiben und erkunden</b>	
Anwenden	... nutzen gängige Maßstabsverhältnisse

## Erwartete bzw. mögliche Bearbeitung

In a) wird ein sauberes Koordinatensystem erwartet, bei dem die Achsen möglichst auf Kästchenlinien des verwendeten Karopapiers gezeichnet sind. Die Achsen müssen mit x und y bzw. mit 1. Achse und 2. Achse o.ä. beschriftet und nach rechts bzw. oben mit je einer Pfeilspitze versehen sein. Die Achseneinteilung sollte im Maßstab 1 Einheit = 1 cm gewählt sein (im Hinblick auf b) und c)). Wird ein anderer Maßstab gewählt, so wird erwartet, dass die unterschiedlichen Ergebnisse von b) und c) kommentiert werden oder die gemessene Länge entsprechend dem Maßstab umgerechnet wird.

In b) ergibt sich eine Länge von etwa 6,4 cm.

In c) erhält man:  $|\overline{AB}| = \sqrt{(8-3)^2 + (6-2)^2} = \sqrt{41} \approx 6,4$ . Es wird sowohl akzeptiert, wenn die Schülerinnen und Schüler die Formel zur Berechnung der Streckenlänge kennen als auch wenn sie über ein Hilfsdreieck hergeleitet wird.

## Diagnostische Informationen

Die Teilaufgaben lassen Rückschlüsse zu auf die Fähigkeit

- exakt zu zeichnen und dabei Konventionen zu beachten (Beschriftung am Koordinatensystem);
- exakt zu messen;
- ein geometrisches Problem zu lösen, indem ein geeignetes rechtwinkliges Dreieck gefunden wird;
- den Satz des Pythagoras zur Berechnung einer Streckenlänge anzuwenden;
- evtl. voneinander abweichende Ergebnisse zu erkennen und nach Ursachen zu suchen.

## Passende Fragen zu Selbsteinschätzung

Wenn Schülerinnen und Schüler diese Aufgabe bearbeitet haben, so können sie voraussichtlich z.B. folgende Fragen zur Selbsteinschätzung fundiert beantworten – bzw. eine vor der Bearbeitung getroffene Selbsteinschätzung ggf. revidieren –

Wie sicher bist du, wenn du ...

- ... ein Koordinatensystem zeichnen sollst?
- ... Punkte, Strecken oder ebene Figuren in ein Koordinatensystem einzeichnen sollst?

- ... geeignete Hilfslinien finden sollst, die dir bei der Problemlösung helfen?
- ... in der Anwendung des Satzes des Pythagoras?

## Vorschläge zur Bearbeitung der Aufgabe im Unterricht

Zu den Aufgaben a) und b) (außer dem Maßstabsaspekt) die ja reine Wiederholung aus früheren Jahrgangsstufen sind, sollten nur die Fehler besprochen werden.

Bei Teil c) könnten verschiedene Strategien besprochen werden, wie man sich einer Lösung annähert, also z.B.

Welche Sätze helfen bei der Berechnung von Streckenlängen? Welche Hilfslinien bringen mich evtl. weiter, um einen dieser Sätze anwenden zu können?

Haben wir ähnliche Probleme bereits gelöst (z.B. Diagonalen im Rechteck oder Quader)?

Fruchtbar ist in jedem Falle auch das Eingehen auf die Rolle des Maßstabes in b). Das ist selbst dann sinnvoll, wenn alle Schülerinnen und Schüler die Aufgabe richtig gelöst haben.

## Alternative Aufgabenstellungen

Die Aufgabe kann durch Vorgabe des Maßstabes vereinfacht werden. Es könnte Aufforderung ergänzt werden, das gemessene mit dem errechneten Ergebnis zu vergleichen. Es könnte ausdrücklich nach der Rolle des Maßstabes beim Zeichnen gefragt werden. Es könnte bewusst ein „ungeschickter“ Maßstab vorgegeben werden; dabei kann der Schwierigkeitsgrad variiert werden je nachdem, ob man zum Vergleich der Ergebnisse auffordert oder diesen auch ohne Aufforderung erwartet. Teil c) könnte vereinfacht werden durch den Zusatz: „mit Hilfe des Satzes von Pythagoras“ oder durch den Zusatz: „finde ein geeignetes rechtwinkliges Dreieck“.

## Weitere ähnliche Aufgaben

Umfänge von Dreiecken und Vierecken im Koordinatensystem berechnen.

Länge einer Diagonalen in einem Viereck im Koordinatensystem berechnen.

*Bitte beachten Sie:*

*1. Sofern nicht gesondert gekennzeichnet, ist alles Material in diesem Angebot urheberrechtlich geschützt und darf in keiner anderen Weise verwendet werden, als es in den allgemeinen Urheberrechtsbestimmungen auf learn:line oder im Text der Seite genehmigt ist. Es wird ausdrücklich darauf hingewiesen, dass die Rechte an eingestellten Beiträgen bei den Autoren verbleiben. Eine unautorisierte Veröffentlichung an anderen Orten insbesondere zu kommerziellen Zwecken ist nicht zulässig.*

*2. Nicht-kommerzielle Besucher dieser Seite dürfen jegliches Material nur zur privaten, nicht-kommerziellen Verwendung herunterladen. Angestellte, Agenten, Mitglieder oder andere Vertreter eines Unternehmens / einer Organisation dürfen Material von dieser Seite nur für nicht-kommerzielle Zwecke innerhalb des Unternehmens oder der Organisation herunterladen. Diese Befugnis setzt die Beachtung jeglicher urheberrechtlicher oder eigentumsrechtlicher Bestimmungen, denen das Material unterliegt, voraus.*

*Nachfragen / Feedback unter <http://www.sinus.nrw.de/projekt5>*