

**Beispiel für einen schulinternen Lehrplan
zum Kernlehrplan für das Abendgymnasium
und Kolleg in Nordrhein-Westfalen**

Mathematik

19.8.2015

Inhalt

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Die Fachgruppe Mathematik | 3 |
| 2 | Entscheidungen zum Unterricht | 5 |
| | 2.1 Unterrichtsvorhaben | 5 |
| | 2.1.1 <i>Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben</i> | 7 |
| | 2.1.2 <i>Konkretisierte Unterrichtsvorhaben</i> | 21 |
| | 2.2 Grundsätze der fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit | 73 |
| | 2.3 Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung | 75 |
| | 2.4 Lehr- und Lernmittel | 79 |
| 3 | Entscheidungen zu fach- und unterrichtsübergreifenden Fragen | 80 |
| 4 | Qualitätssicherung und Evaluation | 81 |

Hinweis: Als Beispiel für einen schulinternen Lehrplan auf der Grundlage des Kernlehrplans Mathematik steht hier der schulinterne Lehrplan einer fiktiven Schule zur Verfügung.

Um zu verdeutlichen, wie die jeweils spezifischen Rahmenbedingungen in den schulinternen Lehrplan einfließen, wird die Schule in Kapitel 1 zunächst näher vorgestellt. Den Fachkonferenzen wird empfohlen, eine nach den Aspekten im vorliegenden Beispiel strukturierte Beschreibung für ihre Schule zu erstellen.

1 Die Fachgruppe Mathematik am Weiterbildungskolleg ‚Am Schlossplatz‘

Hinweis: Um die Ausgangsbedingungen für die Erstellung des schulinternen Lehrplans festzuhalten, können beispielsweise folgende Aspekte berücksichtigt werden:

- Lage der Schule
- Aufgaben des Fachs bzw. der Fachgruppe
- Funktionen und Aufgaben der Fachgruppe vor dem Hintergrund des Schulprogramms
- Beitrag der Fachgruppe zur Erreichung der Erziehungsziele ihrer Schule
- Beitrag zur Qualitätssicherung und -entwicklung innerhalb der Fachgruppe
- Zusammenarbeit mit andere(n) Fachgruppen (fächerübergreifende Unterrichtsvorhaben und Projekte)
- Ressourcen der Schule (personell, räumlich, sächlich), Größe der Lerngruppen, Unterrichtstaktung, Stundenverortung
- Fachziele
- Name der/des Fachvorsitzenden und der Stellvertreterin/des Stellvertreters
- ggf. Arbeitsgruppen bzw. weitere Beauftragte

Das Weiterbildungskolleg Am Schlossplatz ist ein Institut zur Erlangung der Hochschulreife. Es liegt in einer Großstadt, die eine sehr vielfältige Schullandschaft hat. Es bietet berufserfahrenen Interessenten den Kolleg-Zweig, einen Tageschullehrgang, der mit 30 Wochenstunden Unterricht zum Abitur oder zur Fachhochschulreife führt. Im Vormittagsbereich gibt es ein dreizügiges Angebot. Darüber hinaus existiert seit vielen Jahren mit dem Abitur-Online ein Abendlehrgang für weiterhin berufstätige Erwachsene. Der Abitur-Online-Lehrgang wird einzügig in zwei Außenstellen angeboten.

Die fachlichen Voraussetzungen der Studierenden zu Beginn der Qualifikationsphase sind sehr unterschiedlich, da regelmäßig etwa 20 bis 30 Studierende neu in die Qualifikationsphase eingestuft werden. Viele von ihnen haben ihren mittleren Schulabschluss an der benachbarten Abendrealschule erworben. Diesem Umstand wird in besonderem Maße Rechnung getragen, es werden Unterstützungsangebote im Sinne des Selbstlernens und Vertiefungsgruppen angeboten. Neben der Wissensvermittlung werden auch grundlegende Fähigkeiten wie Reflexion und Planung der eigenen Lebenssituation und das „Lernen lernen“ thematisiert.

In der Fachgruppe Mathematik besteht Konsens darüber, dass wo immer möglich mathematische Fachinhalte mit Lebensweltbezug, insbesondere durch Ver-

knüpfung mit Berufs- und Lebenserfahrungen der erwachsenen Studierenden, vermittelt werden. Da am Weiterbildungskolleg Am Schlossplatz zurzeit nur eine Naturwissenschaft unterrichtet wird, werden Realitätsbezüge innerhalb des Mathematikunterrichts vorwiegend aus dem Bereich Physik oder aber den Gesellschaftswissenschaften genutzt.

Die Fachkonferenz Mathematik hat beschlossen, ab der Einführungsphase mit dem grafikfähigen Taschenrechner (GTR) zu arbeiten und kein Computer-Algebra-System (CAS) als Taschenrechner einzuführen. Digitale Werkzeuge für den Mathematikunterricht sind den Studierenden weitgehend unbekannt, sodass es zur besonderen Aufgabe aller Fachlehrkräfte gehört, die Studierenden für das Arbeiten damit zu befähigen.

Dieses hier vorgelegte Beispiel eines schulinternen Lehrplans zeigt mit einigen ausgewählten Unterrichtsvorhaben auf, wie die im KLP-WbK Mathematik dargestellten Kompetenzen vermittelt werden können. An neueren Materialien werden exemplarisch Möglichkeiten zur Verbindung von inhaltlichen und prozessbezogenen Kompetenzen dargestellt und damit sowohl den Studierenden als auch den Lehrkräften der Weiterbildungskollegs eine Orientierung und Kontinuität im Lern – bzw. Lehrprozesses geboten.

2 Entscheidungen zum Unterricht

Hinweis: Die nachfolgend dargestellte Umsetzung der verbindlichen Kompetenzerwartungen des Kernlehrplans findet auf zwei Ebenen statt. Das **Übersichtsraster** gibt den Lehrkräften einen raschen Überblick über die laut Fachkonferenz verbindlichen Unterrichtsvorhaben pro Schuljahr. In dem Raster sind außer dem Thema des jeweiligen Vorhabens das schwerpunktmäßig damit verknüpfte Inhaltsfeld bzw. die Inhaltsfelder, inhaltliche Schwerpunkte des Vorhabens sowie Schwerpunktkompetenzen ausgewiesen. Die **Konkretisierung von Unterrichtsvorhaben** führt weitere Kompetenzerwartungen auf und verdeutlicht vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen, z. B. zur Festlegung auf einen Aufgabentyp bei der Lernerfolgsüberprüfung durch eine Klausur.

2.1 Unterrichtsvorhaben

Die im schulinternen Lehrplan dargestellten Unterrichtsvorhaben setzen Rahmenbedingungen des Kernlehrplans mit seinen Kompetenzerwartungen für diese Schule um. Die Umsetzung erfolgt auf zwei Ebenen: der Übersichts- und der Konkretisierungsebene.

Im „Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben“ (Kapitel 2.1.1) wird die Verteilung der Unterrichtsvorhaben dargestellt. Das Übersichtsraster dient dazu, den Kolleginnen und Kollegen einen schnellen Überblick über die Zuordnung der Unterrichtsvorhaben zu den einzelnen Jahrgangsstufen sowie den im Kernlehrplan genannten Kompetenzen, Inhaltsfeldern und inhaltlichen Schwerpunkten zu verschaffen. Um Klarheit für die Lehrkräfte herzustellen und die Übersichtlichkeit zu gewährleisten, werden in der Kategorie „Kompetenzen“ an dieser Stelle nur die übergeordneten Kompetenzerwartungen ausgewiesen, während die konkretisierten Kompetenzerwartungen erst auf der Ebene konkretisierter Unterrichtsvorhaben Berücksichtigung finden. Der ausgewiesene Zeitbedarf versteht sich als grobe Orientierungsgröße, die nach Bedarf über- oder unterschritten werden kann. Um Spielraum für Vertiefungen, individuelle Förderung, besondere Bedürfnisse und Interessen der Studierenden oder aktuelle Themen zu erhalten, wurden im Rahmen dieses schulinternen Lehrplans ca. 75 Prozent der Bruttounterrichtszeit verplant.

Die im Übersichtsraster festgelegte Reihenfolge der Unterrichtsvorhaben, die Zuordnung zu den Semestern und die Schwerpunkte der Unterrichtsvorhaben wie auch die Verknüpfung von prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen sind laut Beschluss der Fachkonferenz verbindlich für alle Kolleginnen und Kollegen vereinbart (vgl. Kapitel 2.1.2).

Die weiteren Konkretisierungen mit vorgeschlagenen Vorgehensweisen, didaktisch-methodischen Zugängen, fächerübergreifenden Kooperationen und Lernmitteln haben einen empfehlenden Charakter und dienen der Orientierung und Kontinuität im Lern- bzw. Lehrprozess.

Begründete Abweichungen von den vorgeschlagenen Vorgehensweisen bezüglich der konkretisierten Unterrichtsvorhaben sind im Rahmen der pädagogischen Freiheit der Lehrkräfte jederzeit möglich. Sicherzustellen bleibt allerdings auch hier, dass im Rahmen der Umsetzung der Unterrichtsvorhaben insgesamt alle prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen des Kernlehrplans Berücksichtigung finden. Dies ist durch entsprechende Kommunikation innerhalb der Fachkonferenz zu gewährleisten.

2.1.1 Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben

Die folgende Übersicht gibt die Reihenfolge der Unterrichtsvorhaben für den zeitlichen Ablauf am Weiterbildungskolleg Am Schlossplatz verbindlich an. Die Termine für Klausuren und inhaltliche Schnittstellen werden jeweils abhängig von der Semesterlänge festgelegt.

Die Konkretisierungen zu den einzelnen Unterrichtsvorhaben in Kapitel 2.1.2 sind hingegen nach Inhaltsfeldern zusammengestellt.

Übersicht über die Unterrichtsvorhaben

| Einführungsphase | | | |
|---------------------|---|-----------------------------------|-------------|
| Unterrichtsvorhaben | Thema | Kompetenzen | Stundenzahl |
| E-S1 | <i>Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen</i> | Modellieren Werkzeuge nutzen | 12 |
| E-S2 | <i>Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten</i> | Modellieren Kommunizieren | 9 |
| E-A1 | <i>Der Begriff der Funktion – Graphen lesen und interpretieren</i> | Argumentieren Kommunizieren | 9 |
| E-A2 | <i>Beschreibung von Funktionseigenschaften und deren Nutzung im Kontext</i> | Problemlösen Werkzeuge nutzen | 9 |
| E-A3 | <i>Mathematische Vorgehensweisen und Strukturen am Beispiel linearer und exponentieller Wachstumsprozesse</i> | Modellieren Kommunizieren | 12 |
| E-G1 | <i>Lineare Gleichungssysteme und ihre Einsatzmöglichkeiten</i> | Problemlösen Werkzeuge nutzen | 9 |
| E-A4 | <i>Modellierung und Untersuchung quadratischer Funktionen in Anwendungskontexten</i> | Modellieren Problemlösen | 9 |
| E-A5 | <i>Ganzrationale Funktionen analysieren – Graphen in Anwendungskontexten interpretieren</i> | Argumentieren Werkzeuge nutzen | 6 |
| E-A6 | <i>Von der durchschnittlichen Änderungsrate zur Ableitungsfunktion</i> | Kommunizieren Argumentieren | 9 |
| | | Summe: | 84 |

Hinweis: Da in der Einführungsphase ein erhöhter Bedarf an Wiederholungen, Vertiefungen und individueller Förderung vorliegt, wurden hier ausgehend von vier Unterrichtsstunden Mathematik pro Woche deutlich weniger als 75% der Bruttounterrichtszeit verplant.

| Qualifikationsphase Grundkurs | | | |
|--------------------------------------|---|--|---------------|
| Unter-richtsvor-haben | Thema | Kompetenzen | Stun-den-zahl |
| Q-GK-A1 | <i>Von der graphischen Analyse zu Kriterien für Extrem- und Wendestellen</i> | Problemlösen Argumentieren | 15 |
| Q-GK-A2 | <i>Optimierungsprobleme</i> | Modellieren Problemlösen | 6 |
| Q-GK-A3 | <i>Exponentialfunktionen in Anwendungen</i> | Problemlösen Werkzeuge nutzen | 12 |
| Q-GK-A4 | <i>Integralrechnung</i> | Argumentieren Kommunizieren Werkzeuge nutzen | 15 |
| Q-GK-G1 | <i>Mathematik in 3D - Nutzung von Vektoren</i> | Kommunizieren Werkzeuge nutzen | 9 |
| Q-GK-G2 | <i>Geraden in 3D – Wie liegen Geraden zueinander?</i> | Modellieren Werkzeuge nutzen | 9 |
| Q-GK-G3 | <i>Ebenen in 3D – Wie liegen Gerade und Ebene zueinander</i> | Kommunizieren Argumentieren | 9 |
| Q-GK-G4 | <i>Skalarprodukt – eine neue Rechenart und ihr Nutzen</i> | Modellieren Problemlösen | 9 |
| Q-GK-G5 | <i>Untersuchung geometrischer Körper – Welche Lösungsstrategien sind hilfreich?</i> | Problemlösen Werkzeuge nutzen | 9 |
| Q-GK-S1 | <i>Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen</i> | Modellieren Werkzeuge nutzen | 9 |
| Q-GK-S2 | <i>Treffer oder nicht? - Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen</i> | Problemlösen Kommunizieren | 9 |
| Q-GK-S3 | <i>Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen</i> | Argumentieren Werkzeuge nutzen | 9 |
| Q-GK-S4 | <i>Von Übergängen und Prozessen</i> | Modellieren Werkzeuge nutzen | 9 |
| Q-GK-A5 | <i>Vertiefung und Vernetzung</i> | Argumentieren Werkzeuge nutzen | 9 |
| | | Summe: | 138 |

| Qualifikationsphase Leistungskurs | | | |
|--|---|--|---------------|
| Unter-richtsvor-haben | Thema | Kompetenzen | Stun-den-zahl |
| Q-LK-A1 | <i>Von der graphischen Analyse zu Kriterien für Extrem- und Wendestellen</i> | Problemlösen Argumentieren | 20 |
| Q-LK-A2 | <i>Optimierungsprobleme</i> | Modellieren Problemlösen | 10 |
| Q-LK-A3 | <i>Exponentialfunktionen in Anwendungen</i> | Problemlösen Argumentieren Werkzeuge nutzen | 30 |
| Q-LK-A4 | <i>Integralrechnung</i> | Argumentieren Kommunizieren Werkzeuge nutzen | 25 |
| Q-LK-G1 | <i>Mathematik in 3D - Nutzung von Vektoren</i> | Kommunizieren Werkzeuge nutzen | 10 |
| Q-LK-G2 | <i>Skalarprodukt – eine neue Rechenart und ihr Nutzen</i> | Modellieren Problemlösen | 10 |
| Q-LK-G3 | <i>Geraden in 3D – Wie liegen Geraden zueinander</i> | Modellieren Werkzeuge nutzen | 10 |
| Q-LK-G4 | <i>Ebenen in 3D – Wie liegen Gerade und Ebene zueinander</i> | Problemlösen Kommunizieren | 20 |
| Q-LK-G5 | <i>Untersuchung geometrischer Körper – Welche Lösungsstrategien sind hilfreich?</i> | Problemlösen Werkzeuge nutzen | 10 |
| Q-LK-S1 | <i>Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen</i> | Modellieren Werkzeuge nutzen | 10 |
| Q-LK-S2 | <i>Treffer oder nicht? – Bernoulliexperimente und Binomialverteilungen</i> | Modellieren Problemlösen | 10 |
| Q-LK-S3 | <i>Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen</i> | Argumentieren Werkzeuge nutzen | 8 |
| Q-LK-S4 | <i>Der Alltag ist nicht immer diskret</i> | Kommunizieren Werkzeuge nutzen | 7 |
| Q-LK-S5 | <i>Signifikant und relevant – Testen von Hypothesen</i> | Modellieren Kommunizieren | 10 |
| Q-LK-S6 | <i>Von Übergängen und Prozessen</i> | Modellieren Werkzeuge nutzen | 10 |
| Q-LK-A5 | <i>Vertiefung und Vernetzung</i> | Argumentieren Werkzeuge nutzen | 20 |
| | | Summe: | 220 |

Unterrichtsvorhaben, im Übersichtsrastrer dargestellt

| Einführungsphase | |
|--|--|
| <p><u>Unterrichtsvorhaben E-S1</u></p> <p>Thema: <i>Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Werkzeuge nutzen (Generieren von Zufallszahlen, Simulieren von Zufallsexperimenten) <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mehrstufige Zufallsexperimente <p>Zeitbedarf: 12 Std.</p> | <p><u>Unterrichtsvorhaben E-S2</u></p> <p>Thema: <i>Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Kommunizieren <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Bedingte Wahrscheinlichkeiten <p>Zeitbedarf: 9 Std</p> |
| <p><u>Unterrichtsvorhaben E-A1</u></p> <p>Thema: <i>Der Begriff der Funktion - Graphen lesen und interpretieren</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Argumentieren • Kommunizieren • Werkzeuge nutzen (Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle) <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funktionale Zusammenhänge in Anwendungskontexten <p>Zeitbedarf: 9 Std.</p> | <p><u>Unterrichtsvorhaben E-A2</u></p> <p>Thema: <i>Beschreibung von Funktionseigenschaften und deren Nutzung im Kontext</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen • Werkzeuge nutzen (Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle, Variieren der Parameter von Funktionen) <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Grundlegende Eigenschaften von Funktionen <p>Zeitbedarf: 9 Std.</p> |

| | |
|---|---|
| <p><u>Unterrichtsvorhaben E-A3</u></p> <p>Thema: <i>Mathematische Vorgehensweisen und Strukturen am Beispiel linearer und exponentieller Wachstumsprozesse</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Kommunizieren • Modellieren • Werkzeuge nutzen (Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle, Variieren der Parameter von Funktionen, Lösen von Gleichungen) <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Grundlegende Eigenschaften von Funktionen <p>Zeitbedarf: 12 Std.</p> | <p><u>Unterrichtsvorhaben E-G1</u></p> <p>Thema: <i>Lineare Gleichungssysteme und ihre Einsatzmöglichkeiten</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen • Werkzeuge nutzen (Lösen von Gleichungssystemen) <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lineare Gleichungssysteme <p>Zeitbedarf: 9 Std.</p> |
| <p><u>Unterrichtsvorhaben E-A4:</u></p> <p>Thema: <i>Modellierung und Untersuchung quadratischer Funktionen in Anwendungskontexten</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Problemlösen • Werkzeuge nutzen (Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle, Variieren der Parameter von Funktionen, Lösen von Gleichungssystemen) <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funktionale Zusammenhänge in Anwendungskontexten • Grundlegende Eigenschaften von Funktionen <p>Zeitbedarf: 9 Std.</p> | <p><u>Unterrichtsvorhaben E-A5</u></p> <p>Thema: <i>Ganzrationale Funktionen analysieren – Graphen in Anwendungskontexten diskutieren</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Argumentieren • Werkzeuge nutzen (Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle, Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen) <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funktionale Zusammenhänge in Anwendungskontexten <p>Zeitbedarf: 6 Std.</p> |

Unterrichtsvorhaben E-A6

Thema:

Von der durchschnittlichen Änderungsrate zur Ableitungsfunktion

Zentrale Kompetenzen:

- Kommunizieren
- Argumentieren
- Werkzeuge nutzen (Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle, grafisches Messen von Steigungen, Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen)

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltlicher Schwerpunkt:

- Grundverständnis des Ableitungsbegriffs

Zeitbedarf: 9 Std.

| Qualifikationsphase - GRUNDKURS | |
|--|---|
| <p><u>Unterrichtsvorhaben Q-GK-A1</u></p> <p>Thema: <i>Von der graphischen Analyse zu Kriterien für Extremstellen und Wendestellen</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen • Argumentieren <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funktionen als mathematische Modelle • Grundverständnis des Ableitungsbegriffs • Differentialrechnung <p>Zeitbedarf: 15 Std.</p> | <p><u>Unterrichtsvorhaben Q-GK-A2</u></p> <p>Thema: Optimierungprobleme</p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Problemlösen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Differentialrechnung <p>Zeitbedarf: 6 Std.</p> |
| <p><u>Unterrichtsvorhaben Q-GK-A3</u></p> <p>Thema: <i>Exponentialfunktionen in Anwendungen</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen • Werkzeuge nutzen (zielgerichtetes Variieren der Parameter von Funktionen) <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Differentialrechnung <p>Zeitbedarf: 12 Std.</p> | <p><u>Unterrichtsvorhaben Q-GK-A4</u></p> <p>Thema: <i>Integralrechnung</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Argumentieren • Kommunizieren • Werkzeuge nutzen (Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse, Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals) <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Grundverständnis des Integralbegriffs • Integralrechnung <p>Zeitbedarf: 15 Std.</p> |

| | |
|---|--|
| <p><u>Unterrichtsvorhaben Q-GK-G1</u></p> <p>Thema: <i>Mathematik in 3D – Nutzung von Vektoren</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Kommunizieren • Werkzeuge nutzen (Darstellen von Objekten im Raum) <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte <p>Zeitbedarf: 9 Std.</p> | <p><u>Unterrichtsvorhaben Q-GK-G2</u></p> <p>Thema: <i>Geraden in 3D - Wie liegen Geraden zueinander?</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Werkzeuge nutzen (grafisches Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden , Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen) <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte • Lineare Gleichungssysteme <p>Zeitbedarf: 9 Std.</p> |
| <p><u>Unterrichtsvorhaben Q-GK-G3</u></p> <p>Thema: <i>Ebenen in 3D - Wie liegen Gerade und Ebene zueinander?</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Kommunizieren • Argumentieren <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte • Lineare Gleichungssysteme <p>Zeitbedarf: 9 Std.</p> | <p><u>Unterrichtsvorhaben Q-GK-G4</u></p> <p>Thema: <i>Skalarprodukt – eine neue Rechenart und ihr Nutzen</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Problemlösen <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Skalarprodukt <p>Zeitbedarf: 9 Std.</p> |

| | |
|---|--|
| <p><u>Unterrichtsvorhaben Q-GK-G5</u></p> <p>Thema: <i>Untersuchung geometrischer Körper - Welche Lösungsstrategien sind hilfreich?</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none">• Problemlösen• Werkzeuge nutzen (Durchführen von Operationen mit Vektoren und Matrizen) <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none">• Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte• Lineare Gleichungssysteme <p>Zeitbedarf: 9 Std.</p> | <p><u>Unterrichtsvorhaben Q-GK-S1</u></p> <p>Thema: <i>Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none">• Modellieren• Werkzeuge nutzen (Ermitteln der Kennzahlen statistischer Daten) <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none">• Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen <p>Zeitbedarf: 9 Std.</p> |
| <p><u>Unterrichtsvorhaben Q-GK-S2</u></p> <p>Thema: <i>Treffer oder nicht? – Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none">• Problemlösen• Kommunizieren• Werkzeuge nutzen (Ermitteln der Kennzahlen statistischer Daten, Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen) <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none">• Binomialverteilung <p>Zeitbedarf: 9 Std.</p> | <p><u>Unterrichtsvorhaben Q-GK-S3</u></p> <p>Thema: <i>Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none">• Argumentieren• Werkzeuge nutzen (Erstellen von Histogrammen, Berechnen Wahrscheinlichkeiten, Variieren Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen) <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none">• Binomialverteilung <p>Zeitbedarf: 9 Std.</p> |

| | |
|--|--|
| <p><u>Unterrichtsvorhaben Q-GK-S4</u></p> <p>Thema: <i>Von Übergängen und Prozessen</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none">• Modellieren• Werkzeuge nutzen (Durchführen von Operationen mit Vektoren und Matrizen, entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus) <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none">• Stochastische Prozesse <p>Zeitbedarf: 9 Std.</p> | <p><u>Unterrichtsvorhaben Q-GK-A5:</u></p> <p>Thema: <i>Vertiefung und Vernetzung</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none">• Argumentieren• Werkzeuge nutzen (reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge) <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none">• Differentialrechnung• Integralrechnung <p>Zeitbedarf: 9 Std.</p> |
|--|--|

| Qualifikationsphase - LEISTUNGSKURS | |
|--|--|
| <p><u>Unterrichtsvorhaben Q-LK-A1</u></p> <p>Thema: <i>Von der graphischen Analyse zu Kriterien für Extremstellen und Wendestellen</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen • Argumentieren <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funktionen als mathematische Modelle • Grundverständnis des Ableitungsbegriffs • Differentialrechnung <p>Zeitbedarf: 20 Std.</p> | <p><u>Unterrichtsvorhaben Q-LK-A2:</u></p> <p>Thema: Optimierungsprobleme</p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Problemlösen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Differentialrechnung <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p> |
| <p><u>Unterrichtsvorhaben Q-LK-A3:</u></p> <p>Thema: <i>Exponentialfunktionen in Anwendungen</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen • Argumentieren • Werkzeuge nutzen (nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren) <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Differentialrechnung <p>Zeitbedarf: 30 Std.</p> | <p><u>Unterrichtsvorhaben Q-LK-A4:</u></p> <p>Thema: <i>Integralrechnung</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Argumentieren • Kommunizieren • Werkzeuge nutzen (Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse, Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals) <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Grundverständnis des Integralbegriffs • Integralrechnung <p>Zeitbedarf: 25 Std.</p> |

| | |
|---|--|
| <p><u>Unterrichtsvorhaben Q-LK-G1</u></p> <p>Thema: <i>Mathematik in 3D – Nutzung von Vektoren</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none">• Kommunizieren• Werkzeuge nutzen (grafisches Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden, Darstellen von Objekten im Raum) <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none">• Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p> | <p><u>Unterrichtsvorhaben Q-LK-G2</u></p> <p>Thema: <i>Skalarprodukt – eine neue Rechenart und ihr Nutzen</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none">• Modellieren• Problemlösen <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none">• Skalarprodukt• Lagebeziehungen und Abstände <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p> |
| <p><u>Unterrichtsvorhaben Q-LK-G3</u></p> <p>Thema: <i>Geraden in 3D - Wie liegen Geraden zueinander?</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none">• Modellieren• Werkzeuge nutzen (grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden, Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen) <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none">• Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte• Lineare Gleichungssysteme• Lagebeziehungen und Abstände <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p> | <p><u>Unterrichtsvorhaben Q-LK-G4</u></p> <p>Thema: <i>Ebenen in 3D - Wie liegen Gerade und Ebene zueinander?</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none">• Problemlösen• Kommunizieren <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none">• Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte• Lineare Gleichungssysteme• Lagebeziehungen und Abstände <p>Zeitbedarf: 20 Std.</p> |

| | |
|--|--|
| <p><u>Unterrichtsvorhaben Q-LK-G5</u></p> <p>Thema: <i>Untersuchung geometrischer Körper - Welche Lösungsstrategien sind hilfreich?</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen • Werkzeuge nutzen (Durchführen von Operationen mit Vektoren und Matrizen) <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte • Lineare Gleichungssysteme • Lagebeziehungen und Abstände <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p> | <p><u>Unterrichtsvorhaben Q-LK-S1</u></p> <p>Thema: <i>Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Werkzeuge nutzen (Ermitteln der Kennzahlen statistischer Daten, nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen) <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p> |
| <p><u>Unterrichtsvorhaben Q-LK-S2:</u></p> <p>Thema: <i>Treffer oder nicht? – Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Problemlösen • Werkzeuge nutzen (Ermitteln den Binomialkoeffizienten, Berechnen Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen) <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Binomialverteilung <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p> | <p><u>Unterrichtsvorhaben Q-LK-S3:</u></p> <p>Thema: <i>Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Argumentieren • Werkzeuge nutzen (nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen, Erstellen von Histogrammen, Variieren Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen) <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Binomialverteilung <p>Zeitbedarf: 8 Std.</p> |

| | |
|--|--|
| <p><u>Unterrichtsvorhaben Q-LK-S4:</u></p> <p>Thema: <i>Der Alltag ist nicht immer diskret</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none">• Kommunizieren• Werkzeuge nutzen (Erstellen von Histogrammen, Berechnen Wahrscheinlichkeiten, Variieren Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen) <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none">• Normalverteilung <p>Zeitbedarf: 7 Std.</p> | <p><u>Unterrichtsvorhaben Q-LK-S5:</u></p> <p>Thema: <i>Signifikant und relevant – Testen von Hypothesen</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none">• Modellieren• Kommunizieren <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none">• Testen von Hypothesen <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p> |
| <p><u>Unterrichtsvorhaben Q-LK-S6:</u></p> <p>Thema: <i>Von Übergängen und Prozessen</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none">• Modellieren• Werkzeuge nutzen (Durchführen von Operationen mit Vektoren und Matrizen) <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none">• Stochastische Prozesse <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p> | <p><u>Unterrichtsvorhaben Q-LK-A5:</u></p> <p>Thema: <i>Vertiefung und Vernetzung</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none">• Argumentieren• Werkzeuge nutzen (Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge gezielt auswählen, deren Möglichkeiten und Grenzen reflektieren und begründen) <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none">• Differentialrechnung• Integralrechnung <p>Zeitbedarf: 20 Std.</p> |

2.1.2 Konkretisierte Unterrichtsvorhaben

Hinweis: Thema, Inhaltsfelder, inhaltliche Schwerpunkte und Kompetenzen hat die Fachkonferenz des Weiterbildungskollegs Am Schlossplatz verbindlich vereinbart. In allen anderen Bereichen sind Abweichungen von den vorgeschlagenen Vorgehensweisen bei der Konkretisierung der Unterrichtsvorhaben möglich. Darüber hinaus enthält dieser schulinterne Lehrplan in den Kapiteln 2.2 bis 2.4 übergreifende sowie z. T. auch semesterbezogene Absprachen zur fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit, zur Leistungsbewertung und zur Leistungsrückmeldung. Je nach internem Steuerungsbedarf können solche Absprachen auch vorhabenbezogen vorgenommen werden.

In den folgenden Abschnitten werden alle im Kernlehrplan aufgeführten Kompetenzen aufgegriffen und mit vorhabenbezogenen Absprachen konkretisiert. In der linken Spalte ist jeweils der Schwerpunkt der Kompetenzentwicklung dargestellt. Die Auslassungen weisen darauf hin, dass die Kompetenz im Kernlehrplan weiter gefasst ist, bzw. der Schwerpunkt auf dem dargestellten Aspekt liegt.

Vorhabenbezogene Konkretisierung:

Einführungsphase Funktionen und Analysis (A)

| Der Begriff der Funktion – Graphen lesen und interpretieren | | <i>(E-A1) (9 Std)</i> |
|---|--|-----------------------|
| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen | |
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben Eigenschaften eines Funktionsgraphen unter Verwendung der Fachbegriffe (Achsenabschnitte, Steigungsverhalten, [...]), • interpretieren Parameter von linearen und einfachen quadratischen Funktionen im Anwendungszusammenhang. <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</p> <p>Argumentieren <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • stellen Vermutungen auf (<i>Vermuten</i>), • unterstützen Vermutungen beispielgebunden (<i>Vermuten</i>), • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff) (<i>Begründen</i>), • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>). <p>Kommunizieren <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten und Darstellungen [...] sowie aus Unterrichtsbeiträgen (<i>Rezipieren</i>), • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (<i>Produzieren</i>), • verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang (<i>Produzieren</i>), • nehmen zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung (<i>Diskutieren</i>), • vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität (<i>Diskutieren</i>). <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge [...] zum Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle [...]. | <p>An einfachen Beispielen soll ein Verständnis für einen funktionalen Zusammenhang und den Funktionsbegriff vermittelt bzw. wiederholt werden.</p> <p>Unterschiedliche Darstellungen der Graphen werden selbstständig erstellt und verglichen. Beim Erkunden von Darstellungsmöglichkeiten werden die digitalen Werkzeuge (Funktionsplotter, Wertetabellen, GTR) eingesetzt. Zu Achsenabschnitten wird anschaulich und werkzeuggestützt argumentiert. Das Steigungsverhalten wird anschaulich qualitativ, bei linearen Funktionen auch quantitativ betrachtet. Bei linearen und einfachen quadratischen Funktionen in Anwendungskontexten wird eine Zusammenarbeit mit dem Fach Physik verabredet.</p> <p>Algebraische Rechentechniken werden grundsätzlich parallel vermittelt und diagnosegestützt geübt (solange in diesem Unterrichtsvorhaben erforderlich, ergänzt durch differenzierende, individuelle Zusatzangebote aus Aufgabensammlungen). Dem oft erhöhten Angleichungs- und Förderbedarf wird ebenfalls durch gezielte individuelle Angebote Rechnung getragen.</p> <p>Ein besonderes Augenmerk muss in diesem Unterrichtsvorhaben auf die Einführung in die elementaren Bedienkompetenzen der verwendeten Software und des GTR gerichtet werden.</p> | |

| Beschreibung von Funktionseigenschaften und deren Nutzung im Kontext | | (E-A2) (9 Std) |
|--|--|----------------|
| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen | |
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben die Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten und einfachen quadratischen und kubischen Wurzelfunktionen, • wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen (quadratische Funktionen, Potenzfunktionen) an und deuten die zugehörigen Parameter, • verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von innermathematischen Kontexten. <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Problemlösen <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (<i>Erkunden</i>), • erkennen Muster und Beziehungen (<i>Erkunden</i>), • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Verallgemeinern [...]) (<i>Lösen</i>), • überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen (<i>Reflektieren</i>), • analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (<i>Reflektieren</i>). <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge [...] zum ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen, ... Darstellen von Funktionen graphisch und als Wertetabelle [...], • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen, • reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge. | <p>Die Eigenschaften (Achsen Schnittpunkte, Globalverlauf, Symmetrieverhalten) verschiedener Funktionen werden anhand von Beispielgrafiken und mithilfe von digitalen Werkzeugen untersucht. Einzelne Eigenschaften (z. B. Achsen Schnittpunkte) werden auch rechnerisch behandelt. Das Vorgehen soll bei späteren Untersuchungen verschiedener Funktionsklassen nach einem vergleichbaren Schema erfolgen. Einfache Anwendungsbeispiele zu Flächen- und Volumenberechnungen motivieren die Betrachtung der einfachen quadratischen und kubischen Wurzelfunktionen.</p> <p>Transformationen (Streckung, Verschiebung) werden durch gezieltes Variieren von Parametern im Funktionsterm erkundet und systematisiert.</p> <p>Die algebraische Berechnung der im Kontext markanten Punktkoordinaten wird deutlich systematisiert, dabei werden unterschiedliche Vorkenntnisse aufgegriffen, sodass eine algorithmische Sicherheit und ein tragfähiges Grundverständnis erworben werden können. Dabei sollen die Untersuchungen linearer Funktionen auch hilfsmittelfrei durchgeführt werden können.</p> <p>Zu den algebraischen Rechentechniken vgl. Bemerkung in E-A1.</p> | |

| Mathematische Vorgehensweisen und Strukturen am Beispiel linearer und exponentieller Wachstumsprozesse (E-A3) (12 Std) | |
|--|---|
| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen |
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben Wachstumsprozesse mithilfe linearer Funktionen und Exponentialfunktionen, • verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von innermathematischen Kontexten und Anwendungskontexten. <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</p> <p>Modellieren <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>), • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>), • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>). <p>Kommunizieren <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus authentischen Texten, mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (<i>Rezipieren</i>), • verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang (<i>Produzieren</i>), • vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität (<i>Diskutieren</i>). <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum [...] <ul style="list-style-type: none"> ... Lösen von Gleichungen, ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen, ... Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle [...]. | <p>An einfachen Beispielen soll die strukturierte Untersuchung von Funktionen vermittelt werden. Hier bieten sich lineares und exponentielles Wachstum als Funktionstypen an, da diese mit wenigen Merkmalen zu beschreiben, deutlich voneinander abzugrenzen und mit einfachen Methoden zu untersuchen sind.</p> <p>Ausgehend von der jeweiligen allgemeinen Form werden die Eigenschaften der Graphen herausgearbeitet sowie absolutes und relatives Wachstum unterschieden. Das Vorgehen wird bei späteren Untersuchungen verschiedener Funktionsklassen nach einem vergleichbaren Schema erfolgen.</p> <p>Sinnstiftende Darstellungen der Graphen zur Beschreibung verschiedener Anwendungskontexte werden verglichen und selbstständig erstellt. Beim Erkunden von Darstellungsmöglichkeiten werden die digitalen Werkzeuge eingesetzt.</p> <p>Ein besonderes Augenmerk muss in diesem Unterrichtsvorhaben auf die Einführung in die elementaren Bedienkompetenzen der verwendeten Software und des neu eingeführten GTR gerichtet werden.</p> |

| Modellierung und Untersuchung quadratischer Funktionen in Anwendungskontexten | | (E-A4) (9 Std) |
|--|---|----------------|
| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen | |
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> interpretieren und bestimmen Parameter von linearen und quadratischen Funktionen im Anwendungszusammenhang, verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von innermathematischen Kontexten und Anwendungskontexten. <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Modellieren <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>), ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu (<i>Mathematisieren</i>), beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>). <p>Problemlösen <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> erkennen Muster und Beziehungen (<i>Erkunden</i>), wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (<i>Lösen</i>), vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (<i>Reflektieren</i>). <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> verwenden verschiedene digitale Werkzeuge [...] zum ... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen, ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen, ... Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle [...]. | <p>Die Modellierung quadratischer Funktionen wird im Anwendungskontext motiviert. Die allgemeine Form wird mithilfe von linearen Gleichungssystemen (3x3) und der Variation von Parametern u. a. mit dem GTR erkundet.</p> <p>Weitere Darstellungsformen und deren Modellierung sowie Betrachtungen der Auswirkungen der Parameter bilden den Schwerpunkt neben der systematischen Untersuchung typischer durch Parabeln modellierten Anwendungssituationen (Brücken-/Tunnelbögen, Flugkurven). Dabei lassen sich auch Funktionsscharen mithilfe digitaler Werkzeuge visualisieren.</p> <p>An verschiedenen Schnittuntersuchungen werden quadratische Gleichungen und ihre Lösungsmengen betrachtet und mindestens ein hilfsmittelfreier Lösungsweg eingeübt.</p> <p>Formal genauere Betrachtungen von Parametern bieten nicht nur eine Möglichkeit der Binnendifferenzierung, sondern auch eine gute Gelegenheit, den Studierenden den Unterschied zwischen Grund- und Leistungskurs zu verdeutlichen, was als Entscheidungshilfe bei den anstehenden Kurswahlen sinnvoll ist.</p> | |

| Ganzrationale Funktionen analysieren – Graphen in Anwendungskontexten interpretieren | | (E-A5) (6 Std) |
|---|---|----------------|
| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen | |
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben Eigenschaften eines Funktionsgraphen unter Verwendung der Fachbegriffe (Achsenabschnitte, Steigungs- und Krümmungsverlauf, Extrem- und Wendepunkte), • verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von innermathematischen Kontexten und Anwendungskontexten, • wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen an und deuten die zugehörigen Parameter. <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Argumentieren <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • unterstützen Vermutungen beispielgebunden (<i>Vermuten</i>), • nutzen verschiedene Argumentationsstrategien [...] (<i>Begründen</i>), • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>). <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge [...] zum ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen, ... Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle [...], • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen. | <p>Die systematische Untersuchung linearer und quadratischer Funktionen wird zur Betrachtung ganzrationaler Funktionen verallgemeinert. Die Eigenschaften der Graphen ganzrationaler Funktionen werden über die Variation von Parametern herausgearbeitet und Graphen durch Transformationen ineinander überführt.</p> <p>Ausführliche Beschreibungen des Verlaufs von Graphen in Anwendungskontexten werden an mehreren Beispielen eingeübt.</p> <p>Mithilfe der Analysefunktion digitaler Werkzeuge werden markante Stellen (Nullstellen, Extrempunkte, Wendepunkte) im Anwendungskontext bestimmt sowie Änderungsraten und Krümmungen gedeutet.</p> <p>Dabei werden auch die Vorteile und Grenzen der Modellierung durch ganzrationale Funktionen thematisiert (globaler Verlauf, Symmetrien).</p> <p><i>Abhängig von den (beruflichen) Erfahrungen der Studierenden kann es sinnvoll sein, der aus dem Unterricht bekannten Modellierung über Gleichungssysteme die Modellierung durch Regression (z. B. mithilfe einer Tabellenkalkulation) gegenüber zu stellen.</i></p> | |

| Von der durchschnittlichen Änderungsrate zur Ableitungsfunktion | | (E-A6) (9 Std) |
|---|---|----------------|
| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen | |
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • berechnen durchschnittliche und lokale Änderungsraten und interpretieren sie im Kontext, • erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate, • deuten die Tangente als Grenzlage einer Folge von Sekanten, • deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate/ Tangentensteigung, • leiten Funktionen graphisch ab. <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Kommunizieren <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren (<i>Rezipieren</i>), • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (<i>Produzieren</i>), • vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und ihrer fachsprachlichen Qualität (<i>Diskutieren</i>). <p>Argumentieren <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • stellen Vermutungen auf (<i>Vermuten</i>), • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her [...] (<i>Begründen</i>), • erkennen fehlerhafte Argumentationsketten und korrigieren sie (<i>Beurteilen</i>). <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge [...] zum [...] <ul style="list-style-type: none"> ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen, ... Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle, ... grafischen Messen von Steigungen [...], • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen. | <p>Ausgehend von einem Anwendungskontext, bei dem die Änderungsrate eine relevante Größe ist und relativ regelmäßigen Schwankungen unterliegt, werden durchschnittliche Änderungsraten berechnet und als Steigung von Geraden (Sekanten) interpretiert. Hier können verschiedene Fragestellungen im Anwendungskontext diskutiert und Argumentationen hinterfragt werden.</p> <p>Mithilfe dynamischer Geometriesoftware und, soweit sinnvoll, dem GTR wird der Übergang von der Sekante zur Tangente graphisch simuliert und es werden die jeweiligen Sekanten- und Tangentensteigungen berechnet und in Anwendungskontexten interpretiert. Dadurch kann die Ableitung über die Steigung der Tangente anschaulich nachvollziehbar definiert werden.</p> <p>Durch die Erkundung verschiedener Graphen wird die Ableitung an einer Stelle durch das Aufstellen von den Erkenntnissen entsprechenden Regeln zum Graphen der Ableitung verallgemeinert und das graphische Ableiten eingeübt. Zusammenhänge zwischen den Graphen und ihren Ableitungen werden verbalisiert sowie sowohl innermathematisch als auch in Anwendungskontexten graphisch wie rechnerisch begründet.</p> <p>Ableitungsregeln sollen noch nicht eingeführt werden, so dass die Zusammenhänge frei vom Kalkül thematisiert werden können.</p> | |

Einführungsphase Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

| <i>Lineare Gleichungssysteme und ihre Einsatzmöglichkeiten</i> | | <i>(E-G1) (9 Std)</i> |
|--|--|-----------------------|
| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen | |
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • untersuchen geometrische Sachverhalte mithilfe linearer Funktionen, • stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar, • beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme, • wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind, • deuten eindeutige Lösungen von linearen Gleichungssystemen im Anwendungskontext. <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Problemlösen <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erkennen Muster und Beziehungen (<i>Erkunden</i>), • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (<i>Lösen</i>), • interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung (<i>Reflektieren</i>). <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge [...] zum Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen [...], • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen, • reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge. | <p>Über die Schnittuntersuchungen linearer Funktionen werden Lösungsverfahren linearer Gleichungssysteme (2x2) gezielt betrachtet und bekannte Lösungsverfahren und Schreibweisen zusammengeführt bzw. neu eingeübt.</p> <p>Hier bietet es sich an, Gleichungssysteme im Anwendungskontext zu betrachten (z. B. Mischungsaufgaben) und dabei die Dimension der Gleichungssysteme zu erhöhen. Als systematisches Lösungsverfahren soll der Gauß-Algorithmus in Matrix-Vektor-Schreibweise als gemeinsames verpflichtendes Lösungsverfahren eingeübt werden.</p> <p>Mithilfe digitaler Werkzeuge können auch komplexere Aufgaben gelöst werden. Eine Deutung der angezeigten Lösungen im Anwendungskontext stärkt dabei das Verständnis. An dieser Stelle können Grenzen und Probleme der digitalen Werkzeuge thematisiert werden.</p> <p>Die Modellierung linearer, quadratischer und einfacher ganzzahliger Funktionen in allgemeiner Form aus gegebenen Koordinaten von Punkten zeigt eine weitere Anwendung linearer Gleichungssysteme auf und stellt erneut den Bezug zur Analysis her.</p> | |

Einführungsphase Stochastik (S)

| Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen | | <i>(E-S1) (12 Std)</i> |
|---|---|------------------------|
| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen | |
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • deuten Alltagssituationen als Zufallsexperimente, • simulieren Zufallsexperimente, • verwenden Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsprozessen, • beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente und ermitteln Wahrscheinlichkeiten mithilfe der Pfadregeln. <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Modellieren <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>), • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>), • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>). <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum [...] Generieren von Zufallszahlen [...]. | <p>Als Einstieg in den Mathematikunterricht greift dieses Unterrichtsvorhaben wesentliche Grundvorstellungen aus dem Alltag und der Sekundarstufe I vertiefend auf.</p> <p>Ausgehend von einem Würfelspiel wird der Wahrscheinlichkeitsbegriff wiederholt und systematisiert. Der Zusammenhang zwischen relativen Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten wird dabei sowohl durch das Spiel als auch durch eine Simulation mit digitalen Hilfsmitteln thematisiert. Die Wahrscheinlichkeiten der Würfelerggebnisse und anderer Laplace - Experimente führen zu unterschiedlichen Darstellungsformen der Wahrscheinlichkeiten (Bruch, Prozentzahl, Dezimalbruch), mit denen Grundvorstellungen der Sekundarstufe I aufgegriffen werden können.</p> <p>Im weiteren Verlauf werden verschiedene Alltagssituationen als Zufallsexperiment verstanden und interpretiert und so der Wahrscheinlichkeitsbegriff gefestigt.</p> <p>Im Kontext gesellschaftlich relevanter Fragestellungen (z. B. AIDS-Tests) wird der Nutzen der Stochastik unabhängig von der Situation im Glücksspiel verdeutlicht.</p> <p><i>Wenn die Zeitplanung es erlaubt, können mit der Frage nach fairen Einsätzen bei verschiedenen Glücksspielen, als Vorgriff auf die Qualifikationsphase, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und Erwartungswerte betrachtet werden.</i></p> <p>Ausgehend von einem Urnenmodell im Kontext eines Glücksspiels werden mehrstufige Zufallsexperimente thematisiert und mithilfe von Baumdiagrammen dargestellt. Im Anschluss sollten mehrstufige Zufallsexperimente möglichst auch an von Glücksspiel unabhängigen Kontexten mit Baumdiagrammen vertieft werden.</p> | |

| Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten | | <i>(E-S2) (9 Std)</i> |
|--|--|-----------------------|
| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen | |
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • modellieren Sachverhalte mithilfe von Baumdiagrammen und Vier-oder Mehrfeldertafeln, • bestimmen bedingte Wahrscheinlichkeiten, • prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente auf stochastische Unabhängigkeit, • bearbeiten Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten. <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Modellieren <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>), • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>), • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>). <p>Kommunizieren <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathemathikhaltigen Texten [...] (<i>Rezipieren</i>), • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (<i>Produzieren</i>). | <p>Als Einstiegskontext zur Erarbeitung des fachlichen Inhaltes bietet sich der Kontext des Doping-Tests an. Eine Möglichkeit zur Vertiefung ist die Betrachtung eines Diagnosetests zu einer häufiger auftretenden Erkrankung (z. B. Grippe). Zur Förderung des Verständnisses der Wahrscheinlichkeitsaussagen werden Darstellungen mit absoluten Häufigkeiten zunächst parallel verwendet.</p> <p>Bei der Erfassung stochastischer Zusammenhänge ist die Unterscheidung von Wahrscheinlichkeiten des Typs $P(A \cap B)$ von bedingten Wahrscheinlichkeiten – auch sprachlich – von besonderer Bedeutung. Daher wird bei Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln, die denselben Sachverhalt darstellen, verdeutlicht, an welchen Positionen bedingte Wahrscheinlichkeiten und an welchen Positionen Wahrscheinlichkeiten vom Typ $P(A \cap B)$ stehen.</p> <p>Die Studierenden sollen zwischen verschiedenen Darstellungsformen (Baumdiagramm, Mehrfeldertafel) wechseln können und diese zur Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten beim Vertauschen von Merkmal und Bedingung und zum Rückschluss auf unbekannte Astwahrscheinlichkeiten nutzen können.</p> <p>Um die Übertragbarkeit des Verfahrens zu sichern, sollen insgesamt mindestens zwei Beispiele aus unterschiedlichen Kontexten betrachtet werden.</p> <p>Im Kontext eines Zufallsexperimentes mit stochastisch unabhängigen Teilvorgängen wird anschließend erkundet, wie sich diese Unabhängigkeit im Baumdiagramm bzw. der Vierfeldertafel ausdrückt. Anschließend werden Teilvorgänge anderer Zufallsexperimente auf stochastische Unabhängigkeit überprüft.</p> | |

Q-Phase Grundkurs Analysis (A)

| <i>Von der graphischen Analyse zu Kriterien für Extremstellen und Wendestellen</i> | | <i>(Q-GK-A1) (15 Std)</i> |
|--|---|---------------------------|
| <p>Zu entwickelnde Kompetenzen</p> <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion), • begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mithilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen, • bilden die Ableitungen von Funktionen: ganzrationale Funktionen, Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten [...], • verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendestellen, • beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mithilfe der 2. Ableitung, • lösen Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern oder Substituieren auf lineare und quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne digitale Hilfsmittel. <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Problemlösen <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • analysieren und strukturieren die Problemsituation (<i>Erkunden</i>), • erkennen Muster und Beziehungen (<i>Erkunden</i>), • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (<i>Lösen</i>). <p>Argumentieren <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>), • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>), • verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten (<i>Begründen</i>), • erklären vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise (<i>Begründen</i>), • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>), | <p>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</p> <p>Zum Einstieg in die Qualifikationsphase wird zunächst ein komplexerer Kontext (z. B. die Herzfrequenzaufgabe aus dem Abitur 2008) mithilfe der <u>graphischen</u> Analyse mit Unterstützung des GTR untersucht und beschrieben. Dabei liegt der Schwerpunkt zunächst auf der Begriffsbildung bei der Untersuchung von Graphen und der Stärkung der Bedienkompetenz des digitalen Werkzeugs. So erhalten die Studierenden auch einen Überblick über die im Folgenden zu systematisierenden Inhalte.</p> <p>Im Sachkontext (Durchschnitts-, Momentangeschwindigkeit) wird ausgehend von der Visualisierung mit dem GTR der Übergang von der durchschnittlichen Änderung zur lokalen Änderung schließlich zunehmend auch algebraisch erfasst. Dies geschieht exemplarisch an quadratischen Funktionen mit einer der verschiedenen Darstellungsmöglichkeiten (<i>h</i>-Methode oder <i>x</i> gegen x_0) und der Anwendung der binomischen Formeln.</p> <p>Das Berechnen des Werts der lokalen Änderung an unterschiedlichen beliebigen Stellen in einer kooperativen Arbeitsform veranschaulicht den Übergang von der Ableitung an einer Stelle zur Ableitungsfunktion.</p> <p>Die Ergebnisse des graphischen Differenzierens werden im Anschluss aufgegriffen. Vermutungen des Zusammenhangs von Funktion und Ableitungsfunktion führen zur Potenzregel. Summen- und Faktorregel können in analoger Form abgeschlossen werden.</p> <p>Kontexte spielen in dieser Phase eine untergeordnete Rolle. Der Schwerpunkt liegt auf dem exakten Sprachgebrauch, der sukzessive vermittelt und eingeübt werden muss.</p> <p>Das kooperative Erkunden von Funktionen und ihren Graphen (z. B. als Gruppenpuzzle) führt zu den benötigten Kriterien zur Bestimmung von Extrempunkten.</p> <p>Die analoge Übertragung der Kriterien auf Krümmungsverhalten und Wendepunkte erfolgt wieder im Anwendungskontext (z. B. Höhenprofile).</p> <p>Die Zusammenhänge zwischen Ausgangsfunktion, 1. und 2. Ableitung werden immer wieder ausführlich verbalisiert. Gemeinsame Eigenschaften ganzrationaler Funktionen und am Term ablesbare Eigenschaften werden herausgearbeitet. In diesem Zusammenhang wird auch mit dem Grad einer ganzrationalen Funktion argumentiert. In weiteren Anwendungskontexten werden die Kriterien vertieft.</p> | |

- beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihrer Reichweite und Übertragbarkeit (*Beurteilen*),
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her [...] (*Begründen*),
- nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (direktes Schlussfolgern, Gegenbeispiele, indirekter Beweis) (*Begründen*).

Aufgrund der besonderen Bedeutung der Nullstellen werden an geeigneten Aufgaben die benötigten auch hilfsmittelfreien Techniken der Bestimmung eingeübt. Diese sind auf die im KLP ausgewiesenen Verfahren (Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern oder Substituieren auf lineare und quadratische Gleichungen zurückführen lassen) zu beschränken. Das Verfahren der Polynomdivision wird nicht eingeführt.

| Optimierungsprobleme | | (Q-GK-A2) (6 Std) |
|--|---|-------------------|
| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen | |
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese, • unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitionsbereich. <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Modellieren <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor. (<i>Strukturieren</i>), • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>), • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>), • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>), • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>). <p>Problemlösen <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (<i>Erkunden</i>), • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle) aus, um die Situation zu erfassen (<i>Erkunden</i>), • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien ([...] systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, [...] Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, [...] Verallgemeinern) (<i>Lösen</i>), • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (<i>Lösen</i>), • berücksichtigen einschränkende Bedingungen (<i>Lösen</i>), • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (<i>Lösen</i>), • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (<i>Reflektieren</i>). | <p>Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. Deshalb orientiert sich das Unterrichtsvorhaben an der Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“ Es wird deshalb empfohlen, den Lernenden hinreichend Zeit zu geben, u. A. mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen.</p> <p>An Problemen, die auf quadratische Zielfunktionen führen, sollten auch unterschiedliche Lösungswege aufgezeigt und verglichen werden. Hier bietet es sich außerdem an, Lösungsverfahren auch ohne digitale Hilfsmittel einzuüben. An Kontextproblemen entdecken die Studierenden die Notwendigkeit, Randwertextrema zu betrachten. Mögliche Randwertextrema geben Anlass, die reale Modellierung und ihre mathematische Lösung zu hinterfragen. Im Rahmen der Modellierungen wird die Bedeutung der zweiten Ableitung als Zu- oder Abnahme der Änderungsrate thematisiert.</p> <p>Die Bestimmung der Stellen mit extremaler Steigung erfolgt über das Vorzeichenwechselkriterium. Der Einsatz des GTR fördert gerade in diesem Kontext vielfältige Lösungsansätze, deren jeweilige fachliche Vollständigkeit gemeinsam mit den Studierenden diskutiert wird.</p> | |

| Exponentialfunktionen in Anwendungen | | (Q-GK-A3) (12 Std) |
|--|--|--------------------|
| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen | |
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion, • untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze, • interpretieren Parameter von Funktionen im Anwendungszusammenhang, • bilden die Ableitungen folgender Funktionen: [...] natürliche Exponentialfunktion, • bilden in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung), • wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen an, • wenden die Produktregel auf Verknüpfungen von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen an. <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Problemlösen <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (<i>Erkunden</i>), • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>), • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme) (<i>Lösen</i>), • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (<i>Lösen</i>), • variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (<i>Reflektieren</i>). <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge [...] zum [...] ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen [...], ... grafischen Messen von Steigungen [...], • entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus, • nutzen [...] digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen. | <p>Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens steht eine Auffrischung der bereits in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen durch eine arbeitsteilige Untersuchung verschiedener Kontexte z. B. in Gruppenarbeit mit Präsentation (Wachstum und Zerfall).</p> <p>Im Anschluss werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen. Anschließend wird mithilfe eines Schiebereglers in einem Funktionenplotter die Basis variiert. Dabei ergibt sich die Frage, für welche Basis die Funktion und ihre Ableitungsfunktion übereinstimmen. Resultierend wird die Exponentialfunktion mit ihrer besonderen Eigenschaft thematisiert.</p> <p>Im Zusammenhang mit der Modellierung von Wachstumsprozessen durch natürliche Exponentialfunktionen mit linearen Exponenten wird die Kettenregel eingeführt, um auch hilfsmittelfrei Ableitungen für die entsprechenden Funktionsterme bilden zu können. Als Beispiel für eine Summenfunktion von Exponentialfunktionen wird eine Kettenlinie modelliert. An mindestens einem Beispiel wird ein beschränktes Wachstum untersucht.</p> <p>An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen erarbeitet. In diesem Zusammenhang wird die Produktregel zum Ableiten eingeführt. Produkt- und Kettenregel werden in der Formelsammlung aufgefunden und ohne Beweis verwendet.</p> <p>Parameter werden nur in konkreten Kontexten und nur exemplarisch variiert (keine systematische Untersuchung von Funktionenscharen). Dabei werden z. B. zahlenmäßige Änderungen des Funktionsterms bezüglich ihrer Auswirkung untersucht und im Hinblick auf den Kontext interpretiert.</p> <p>Allgemeine Funktionseigenschaften wie Globalverlauf und Symmetrie werden wiederholt und an der neuen Klasse von Funktionen betrachtet. Bei Anwendungskontexten ist das Thema der Modellkritik, z. B. bezogen auf den Geltungsbereich eines Modells, wichtig.</p> | |

| Integralrechnung | | (Q-GK-A4) (15 Std) |
|--|--|--------------------|
| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen | |
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe, • deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext, • skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion, • erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs, • erläutern geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung), • nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen, • bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen, • bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge, • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate, • bestimmen Flächeninhalte mithilfe von bestimmten Integralen. <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Argumentieren <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • stellen Vermutungen auf (<i>Vermuten</i>), • unterstützen Vermutungen beispielgebunden (<i>Vermuten</i>), • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>), • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her [...] (<i>Begründen</i>). <p>Kommunizieren <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathemathikhaltigen Texten und Darstellungen, aus authentischen Texten, mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (<i>Rezipieren</i>), • erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammen- | <p>Das Thema ist vergleichbar zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb werden hier Kontexte, die schon dort genutzt wurden, wieder aufgegriffen (Geschwindigkeit – Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge).</p> <p>Der Einstieg erfolgt über eine arbeitsteilige Gruppenarbeit, in der sich die Studierenden selbstständig eine Breite an Kontexten, in denen von einer Änderungsrate auf den Bestand geschlossen wird, erarbeiten. Außer der einfachen, geometrischen Eingrenzung durch Ober- und Untersummen entwickeln die Studierenden eigenständig weitere unterschiedliche Strategien zur möglichst genauen näherungsweise Berechnung des Bestands und vergleichen diese. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert. Qualitativ können die Studierenden so den Graphen einer Flächeninhaltsfunktion als „Bilanzgraphen“ zu einem vorgegebenen Randfunktionsgraphen skizzieren. Die Ergebnisse der Gruppenarbeit werden zunächst auf Plakaten festgehalten und in einem Museumsgang von den Studierenden präsentiert. In diesem Zusammenhang wird das Vorbereiten von Kurzvorträgen und deren Präsentation geübt, Kriterien für gute Vorträge werden festgehalten.</p> <p>Studierende entdecken, dass die Bestandsfunktion eine Stammfunktion der Änderungsrate ist.</p> <p>Fragen, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, geben Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen. Da der Rekonstruktionsprozess auch bei einer abstrakt gegebenen Randfunktion möglich ist, wird für Bestandsfunktionen der Fachbegriff Integralfunktion eingeführt und der Zusammenhang zwischen Rand- und Integralfunktion im Hauptsatz formuliert (ggf. als kurzer Lehrervortrag).</p> <p>Die Regeln zur Bildung von Stammfunktionen werden von den Studierenden durch Rückwärtsanwenden der bekannten Ableitungsregeln selbstständig erarbeitet. (z. B. durch ein Graphendominio)</p> <p>Neben der Nutzung des Hauptsatzes soll das Abschätzen bzw. das numerische Berechnen von Flächenmaßzahlen unter einem Graphen als Verfahren auch hilfsmittelfrei durchgeführt werden.</p> | |

| | |
|--|---|
| <p>hängen (<i>Rezipieren</i>),</p> <ul style="list-style-type: none">• formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (<i>Produzieren</i>),• erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (<i>Produzieren</i>),• vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität (<i>Diskutieren</i>). <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none">• nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge [<i>Erg. Fachkonferenz: Tabellenkalkulation und Funktionenplotter</i>] zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen,• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge [...] zum [...] ... Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse, ... Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals [...]. | <p>Die Studierenden berechnen Flächeninhalte, indem sie die Intervalladditivität und Linearität nutzen. Bei der Berechnung der Flächeninhalte zwischen Graphen werden die Schnittstellen in der Regel numerisch mit dem GTR bestimmt.</p> <p>Komplexere Anwendungsaufgaben (ganzrationale und Exponentialfunktionen) werden am Ende des Unterrichtsvorhabens bearbeitet, um Vernetzungen mit den Kompetenzen der bisherigen Unterrichtsvorhaben herzustellen.</p> |
|--|---|

| Vertiefung und Vernetzung | | (Q-GK-A5) (9 Std) |
|--|--|-------------------|
| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen | |
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben, ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate. <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Argumentieren <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her [...] (<i>Begründen</i>), verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten (<i>Begründen</i>), nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (direktes Schlussfolgern, Gegenbeispiele, indirekter Beweis) (<i>Begründen</i>), berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen / Äquivalenz, Und-/ Oder-Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) (<i>Begründen</i>), erklären vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise (<i>Begründen</i>), erkennen lückenhafte Argumentationsketten und vervollständigen sie (<i>Beurteilen</i>), erkennen fehlerhafte Argumentationsketten und korrigieren sie (<i>Beurteilen</i>), beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihrer Reichweite und Übertragbarkeit (<i>Beurteilen</i>). <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> verwenden verschiedene digitale Werkzeuge [...] zum ... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen [...], ... Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle [...], ... Berechnen der Ableitung einer Funktion an einer Stelle [...], ... grafischen Messen von Steigungen [...], entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus, reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge. | <p>Innermathematische und kontextbezogene Steckbriefaufgaben ermöglichen eine integrierte Wiederholung und Vertiefung des Themas „ganzrationale Funktionen“ und „LGS“. Ganzrationale und exponentielle Wachstumsmodelle im Vergleich vervollständigen die Vernetzung des bisher Gelernten.</p> <p>Eine Vernetzung der Inhaltsfelder Analysis und Analytische Geometrie bietet beispielsweise das Thema „Geraden in der Analysis und analytischen Geometrie“.</p> <p>Lernlandkarten / Lernplakate, die Begriffe aus den bisherigen Unterrichtsvorhaben in Beziehung zueinander setzen, werden zur Abiturvorbereitung erstellt und mit den Abiturvorgaben und Lernhilfen abgeglichen, so dass ein individueller Lernplan zur Abiturvorbereitung entsteht.</p> <p>Anhand zunehmend komplexerer Aufgaben werden Begriffe in Beziehung zueinander gesetzt und verschiedene, teilweise auch fehlerhafte Argumentationsketten analysiert. Konkurrierende Argumentationsstrategien werden auf ihre Effektivität hin untersucht. Der GTR wird dabei zielgerichtet von den Studierenden eingesetzt und der Einsatz reflektiert.</p> | |

Q-Phase Grundkurs Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

| <i>Mathematik in 3D – Nutzung von Vektoren</i> | | <i>(Q-GK-G1) (9 Std)</i> |
|---|---|--------------------------|
| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen | |
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum, erfassen geometrische Objekte in räumlichen kartesischen Koordinatensystemen und stellen einfache dreidimensionale Objekte mithilfe digitaler Werkzeuge dar, deuten Vektoren (in Koordinatendarstellung) als Verschiebungen und kennzeichnen Punkte im Raum durch Ortsvektoren, stellen gerichtete Größen (z. B. Geschwindigkeit, Kraft) durch Vektoren dar berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten, addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität, <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Kommunizieren <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren (<i>Rezipieren</i>), greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter (<i>Diskutieren</i>), nehmen zu mathemathikhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung (<i>Diskutieren</i>), führen Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbei (<i>Diskutieren</i>), wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus (<i>Produzieren</i>), wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (<i>Produzieren</i>). <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> nutzen Formelsammlungen, Geodreiecke, geometrische Modelle, digitale Werkzeuge, verwenden verschiedene digitale Werkzeuge [<i>Erg. Fachkonferenz: Dynamische-Geometrie-Software</i>] zum [...] Darstellen von Objekten im Raum. | <p>Ausgehend von den Vorkenntnissen der Studierenden werden verschiedene Koordinatisierungen thematisiert (z. B. GPS, kartesische Koordinaten, Spidercam).</p> <p>Durch Operieren mit Verschiebungspfeilen in Kontexten (z. B. Gierfähre, Kräfteparallelogramm, Spidercam, Verschiebung einer Normalparabel) werden einfache geometrische Problemstellungen beschrieben. Die Herleitung der Rechenregeln für Vektoren wird in Bezug zu bisher bekannten Rechengesetzen gesetzt, um den Aufbau und elementare Vorgehensweisen der Mathematik zu verdeutlichen.</p> <p>Geeignete, nicht zu komplexe geometrische Modelle (z. B. „unvollständige“ Holzquader) werden von den Studierenden, unter Verwendung eines geeigneten digitalen Werkzeugs, im Schrägbild dargestellt, um ihr räumliches Vorstellungsvermögen zu entwickeln. Dabei werden die Darstellungen in Bezug auf Wirkungen, insbesondere auf Winkelverzerrungen, untersucht und beurteilt. <i>Hier bietet sich eine Verknüpfung zu verschiedenen Kartendarstellungen (Erdkunde, Geschichte) an.</i></p> <p>Im Rahmen der Untersuchung einfacher geometrischer Objekte beschreiben die Studierenden Diagonalen (insbesondere zur Charakterisierung von Viereckstypen), bestimmen die Koordinaten von Mittelpunkten und untersuchen auf Parallelität (Kollinearität). Über den KLP hinaus können zur Differenzierung auch Schwerpunkte thematisiert werden.</p> <p>Für die Abstandsberechnung zweier Punkte wird der Betrag des Differenzvektors, der am Satz des Pythagoras verdeutlicht wird, verwendet.</p> | |

| Geraden in 3D - Wie liegen Geraden zueinander? | | (Q-GK-G2) (9 Std) |
|---|---|-------------------|
| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen | |
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar, interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext untersuchen Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden [...]. <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Modellieren <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>), treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>), übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>), erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>), beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>), beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>), verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>Validieren</i>). <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> nutzen Formelsammlungen, Geodreiecke, geometrische Modelle, digitale Werkzeuge, verwenden verschiedene digitale Werkzeuge [<i>Erg. Fachkonferenz: Dynamische-Geometrie-Software</i>] zum ... grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden, ... Darstellen von Objekten im Raum, ... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen. | <p>Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt und Richtungsvektor beschrieben und unter Verwendung eines geeigneten digitalen Werkzeugs graphisch dargestellt. Dabei werden Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen, Zeitabhängigkeit, Geschwindigkeitsvektor) einbezogen.</p> <p>Abstrahierend vom Einstiegskontext wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen werden auch hilfsmittelfrei durchgeführt.</p> <p>Ein weiterer Kontext (z. B. ein Klettergerüst auf dem Spielplatz) illustriert die Darstellung von Strecken in Parameterform als begrenzte Punktmenge. Auch in diesem Kontext werden Punktproben durchgeführt.</p> <p>Der Fokus der Untersuchung von Lagebeziehungen liegt auf dem logischen Aspekt einer vollständigen Klassifizierung sowie einer präzisen Begriffsbildung (z. B. Trennung der Begriffe „parallel“, „echt parallel“, „identisch“). Flussdiagramme und Tabellen sind ein geeignetes Mittel, solche Algorithmen darzustellen. Es werden möglichst selbstständig solche Darstellungen entwickelt und hinsichtlich ihrer Brauchbarkeit beurteilt. Als Unterrichtsmethoden werden Lernplakate, Museums-gang o. Ä. genutzt. In diesem Teil des Unterrichtsvorhabens werden nicht nur logische Strukturen reflektiert, sondern auch Unterrichtsformen gewählt, bei denen Kommunikationsprozesse im Team unter Verwendung der Fachsprache angeregt werden.</p> <p>Als Kontext wird die Modellierung von Flugbahnen (Kondensstreifen) wieder aufgegriffen und die Frage der Kollision untersucht. Für die Schnittpunktberechnung wird ein digitales Werkzeug genutzt. In diesem Sachzusammenhang wird die Frage des Abstandes zwischen Flugobjekten (Wo befinden sich die Flugzeuge zum gleichen Zeitpunkt?) relevant.</p> <p><i>Hier bieten sich vertiefende Übungen für die Studierenden an. Differenzierend können Methoden der Analysis mit dem Bereich der Analytischen Geometrie vernetzt werden: Das Abstandsminimum kann mit Hilfe geeigneter digitaler Werkzeuge numerisch oder graphisch ermittelt werden. Allein begrifflich davon abge-</i></p> | |

grenzt und nicht berechnet wird der Abstand zwischen den Flugbahnen (Abstand windschiefer Geraden).

Der systematische Vergleich verschiedener Beispiele zur Lage zweier Geraden und die Bestimmung der entsprechenden Lösungsmengen mit dem GTR (auch unter der Verwendung der Koeffizientenmatrix) führen zur Entdeckung von gemeinsamen Strukturen. Zentrale Werkzeugkompetenz in diesem Unterrichtsvorhaben ist die Interpretation des angezeigten Lösungsvektors bzw. der reduzierten Matrix. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung (Lagebeziehung) und der algebraischen Formalisierung wird herausgestellt.

| Ebenen in 3D – Wie liegen Gerade und Ebene zueinander? | | (Q-GK-G3) (9 Std) |
|--|---|-------------------|
| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen | |
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • stellen Ebenen in Parameterform dar, • untersuchen Lagebeziehungen [...] zwischen Gerade und Ebene, • berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext, • interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen auch in Matrix-Vektor-Schreibweise. <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Kommunizieren <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (<i>Rezipieren</i>), • verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang (<i>Produzieren</i>), • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (<i>Produzieren</i>), • erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (<i>Produzieren</i>), • vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität (<i>Diskutieren</i>). <p>Argumentieren <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>), • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober- / Unterbegriff) (<i>Begründen</i>), • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>), • berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen / Äquivalenz, Und- / Oder-Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) (<i>Begründen</i>), • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>). | <p>Aus verschiedenen Kontexten, z. B. dreibeiniger Tisch (3 Punkte), dreieckiges Sonnensegel (Gerade und 1 Punkt oder 3 Punkte), Tagebaubagger (2 sich schneidende Geraden) usw. werden Kennzeichen von Ebenen herausgearbeitet und die Parametrisierung im Koordinatensystem vorbereitet. Verschiedene Möglichkeiten der Herleitung der Parameterform der Ebene ergeben sich.</p> <p><i>Wenn genügend Zeit zur Verfügung steht, sollte diese für produktive Übungsphasen genutzt werden. Zur Förderung leistungsstarker Studierender können über den Kernlehrplan hinausgehend Parallelogramme und Dreiecke durch Einschränkung des Definitionsbereichs beschrieben werden.</i></p> <p>Im Kontext des Schattenwurfs entwickeln die Studierenden einen Lösungsplan zur Untersuchung der Lagebeziehungen von Gerade und Ebene analog zur Lagebeziehung von Geraden. Bei der Betrachtung der Lagebeziehungen werden insbesondere die Kompetenzerwartungen aus dem Bereich des Argumentierens berücksichtigt.</p> <p>Die Lösungsmengen werden mit dem GTR bestimmt. Die Interpretation unterschiedlicher Lösungsmengen von Linearen Gleichungssystemen führt auf eine Systematisierung der Lagebeziehungen. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung (Lagebeziehung) und der algebraischen Formalisierung wird deutlich.</p> | |

| Skalarprodukt – eine neue Rechenart und ihr Nutzen | | <i>(Q-GK-G4) (9 Std)</i> |
|--|---|--------------------------|
| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen | |
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es, • untersuchen mithilfe von Vektoreigenschaften bzw. dem Skalarprodukt geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung). <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Modellieren <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu (<i>Mathematisieren</i>), • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>). <p>Problemlösen <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (<i>Erkunden</i>), • analysieren und strukturieren die Problemsituation (<i>Erkunden</i>), • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>), • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (<i>Lösen</i>), • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (<i>Reflektieren</i>). | <p>Das Skalarprodukt vervollständigt das Rechnen mit Vektoren, indem die Multiplikation von Vektoren definiert wird. Das Einüben der Grundlagen und ein vernetzendes Verständnis stehen dabei im Vordergrund.</p> <p>Das Ergebnis eines Skalarproduktes wird geometrisch interpretiert. Die Studierenden erkennen, formulieren und berechnen Anwendungen des Skalarprodukts: Länge eines Vektors (Rückbezug zu UV Q-GK-G1), Orthogonalität von Vektoren, Winkel zwischen zwei Vektoren. Bei der Untersuchung von Objekten und Situationen im Raum kann problemlösend gearbeitet und die Anwendung des Skalarprodukts vertieft werden.</p> <p><i>Hinweis: Auf eine Herleitung mit dem Kosinussatz wird verzichtet.</i></p> | |

| Untersuchungen an geometrischen Körpern - Welche Lösungsstrategien sind hilfreich? | | (Q-GK-G5) (9 Std) |
|--|--|-------------------|
| <p>Zu entwickelnde Kompetenzen</p> <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum, • erfassen geometrische Objekte in räumlichen kartesischen Koordinatensystemen und stellen einfache dreidimensionale Objekte mithilfe digitaler Werkzeuge dar, • berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten, • stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar, • interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext, • stellen Ebenen in Parameterform dar, • untersuchen Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden und zwischen Gerade und Ebene, • berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext, • interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen auch in Matrix-Vektor-Schreibweise, • untersuchen mithilfe von Vektoreigenschaften bzw. dem Skalarprodukt geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung). <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Problemlösen <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • recherchieren Informationen (<i>Erkunden</i>), • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (<i>Erkunden</i>), • analysieren und strukturieren die Problemsituation (<i>Erkunden</i>), • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>), • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...]) (<i>Lösen</i>), • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (<i>Lösen</i>), • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz | <p>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</p> <p><i>Hinweis: Angesichts des begrenzten Zeitrahmens ist es wichtig, den Fokus der Unterrichtstätigkeit nicht auf die Vollständigkeit einer „Rezeptsammlung“ und deren hieb- und stichfeste Einübung zu allen denkbaren Varianten zu legen, sondern bei den Studierenden prozessbezogene Kompetenzen zu entwickeln, die sie in die Lage versetzen, problemhaltige Aufgaben zu bearbeiten und dabei auch neue Anregungen zu verwerten.</i></p> <p>Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten als Körper vielfältige Anlässe für offen angelegte geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte bezogen werden. Die Vorstellung der Lage dieser Objekte wird über Modelle und einer räumlichen Geometriesoftware aufgebaut. Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt. Die Bestimmung von Längen und Winkeln setzt das Thema Q-GK-G4 direkt fort. Winkel zwischen einer Geraden und einer Ebene erlauben Rückschlüsse auf ihre Lagebeziehung.</p> <p>Abstände von zwei relevanten Punkten ermöglichen es, z. B. die Fläche eines Dreiecks oder die Höhe und das Volumen einer Pyramide zu bestimmen.</p> <p>Das Gauß-Verfahren wird im Zusammenhang mit der Berechnung von Schnittfiguren oder bei der Konstruktion regelmäßiger Polyeder vertieft. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung und der algebraischen Formalisierung wird stets deutlich. Dazu gehört auch die Interpretation der Lösungen von linearen Gleichungssystemen im Sachkontext.</p> <p>Parallelprojektion (Sonnenstrahlen) und Zentralprojektion (punktuelle Lichtquelle) bieten durch Betrachtung des Schattenwurfes eine Vertiefung und Vernetzung der bisherigen Unterrichtsinhalte. Der Einsatz geeigneter digitaler Werkzeuge ermöglicht es, den Ort der Strahlenquelle zu variieren.</p> <p>In diesem Unterrichtsvorhaben wird im Sinne einer wissenschaftspropädeutischen Grundbildung besonderer Wert gelegt auf eigenständige Lernprozesse bei der Aneignung eines begrenzten Stoffgebietes sowie bei der Lösung von problemorientierten Aufgaben. In diesem Unterrichtsvorhaben werden auch heuristische Strategien und Vorgehensweisen aufgegriffen. Beispielsweise:</p> <ul style="list-style-type: none"> • eine planerische Skizze anzufertigen und die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt zu beschreiben, | |

(Reflektieren).

Werkzeuge nutzen

Die Studierenden ...

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge [...] zum,
... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen [...],
... Durchführen von Operationen mit Vektoren und Matrizen [...].

- geometrische Hilfsobjekte einzuführen,
- an geometrischen Situationen Fallunterscheidungen vorzunehmen,
- bekannte Verfahren zielgerichtet einzusetzen und in komplexeren Abläufen zu kombinieren,
- unterschiedliche Lösungswege kriteriengestützt zu vergleichen.

Abschließend nehmen die Studierenden eine Selbsteinschätzung ihrer Kompetenzen im Bereich der analytischen Geometrie vor und überprüfen sich anhand von komplexen Aufgaben.

Q-Phase Grundkurs Stochastik (S)

| <i>Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen</i> (Q-GK-S1) (9 Std) | |
|---|---|
| <p>Zu entwickelnde Kompetenzen</p> <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben, • stellen Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf und führen Erwartungswertbetrachtungen durch, • erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen, • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen. <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Modellieren <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>), • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>), • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>), • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter [...] Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>), • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>). <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge [...] zum [...] Ermitteln der Kennzahlen statistischer Daten (Mittelwert, Standardabweichung) [...], • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen, • entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus. | <p>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</p> <p>Im ersten Teil dieses Unterrichtsvorhabens liegt der Fokus auf der Beschreibung und Untersuchung von statistischen Daten mithilfe von Tabellenkalkulation und GTR. Im Kontext überschaubarer Einkommensstichproben verschiedener Berufsgruppen mit wenigen Datenpunkten, z. B. Frisöre in verschiedenen Städten, werden Mittelwerte und Streumaße diskutiert und wiederholt bzw. neu eingeführt. Dabei können Stichproben mit deutlichen Ausreißern die Diskussion über Mittelwerte (Median und Arithmetisches Mittel) anregen, während Stichproben (bzw. Berufsgruppen) mit gleichem Mittelwert aber unterschiedlicher Streuung die Diskussion über Streumaße und dabei auch über die Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung anregen. Die Berechnung der Standardabweichung erfolgt mithilfe des GTR. Grundsätzlich sollen neben den bekannten mathematischen Größen auch von den Studierenden selbst entwickelte bzw. vorgeschlagene Mittelwerte und Streumaße diskutiert werden.</p> <p>Im zweiten Teil dieses Unterrichtsvorhabens liegt der Fokus auf Modellierung stochastischer Situationen. Dabei kann der Übergang von statistischen Werten (Häufigkeiten) zu Wahrscheinlichkeiten als Teil einer Modellierung interpretiert und diskutiert werden, wobei auch die Angemessenheit der Modellierung thematisiert werden sollte.</p> <p>Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung zur Beschreibung von Zufallsexperimenten thematisiert. Hier sollte, um die Stoffgebiete zu vernetzen, auf die Wahrscheinlichkeitsverteilung als eindeutige Zuordnung verwiesen werden. Diese Funktionen werden in der Regel als Tabellen dargestellt und haben meistens keinen Funktionsterm.</p> <p>Die Frage nach fairen Einsätzen bei verschiedenen Glücksspielen motiviert die Betrachtung des Erwartungswerts. Dabei kann auch die Abhängigkeit von den Annahmen der Modellierung diskutiert werden.</p> <p>Die Analogie zwischen dem Erwartungswert und dem Arithmetischem Mittel führt dazu, Varianz und Standardabweichung für Wahrscheinlichkeitsverteilungen und Zufallsgrößen zu betrachten. Anschließend können mithilfe des Erwartungswertes, der Varianz und der Standardabweichung Wahrscheinlichkeitsverteilungen verglichen und prognostische Aussagen getätigt werden.</p> |

| Treffer oder nicht? – Modellierungen mit Bernoulli-Experimenten und Binomialverteilungen | | (Q-GK-S2) (9 Std) |
|---|--|-------------------|
| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen | |
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente, • erklären die Binomialverteilung im Kontext und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten, • nutzen Binomialverteilungen [...] zur Lösung von Problemstellungen. <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Problemlösen <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • greifen auf Erfahrungen aus ihrer Berufswelt zurück, die sie reorganisieren und mit neuen Inhalten verknüpfen (<i>Erkunden</i>), • analysieren und strukturieren die Problemsituation (<i>Erkunden</i>), • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (<i>Erkunden</i>), • erkennen Muster und Beziehungen (<i>Erkunden</i>), • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>), • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Verallgemeinern) (<i>Lösen</i>), • wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (<i>Lösen</i>), • interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung (<i>Reflektieren</i>), • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (<i>Reflektieren</i>), • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (<i>Reflektieren</i>). <p>Kommunizieren <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathemathikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (<i>Rezipieren</i>), • beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren (<i>Rezi-</i> | <p>Für den Einstieg in dieses Unterrichtsvorhaben eignet sich der Kontext von Prüfungsaufgaben, bei denen jeweils genau eine der vorgegebenen Antwortmöglichkeiten richtig ist. In diesem Kontext führt die Frage nach dem Bestehen der Prüfung unter der Grundannahme, dass blind geraten wird, zu einer Bernoullikette, die für eine geringe Anzahl an Prüfungsfragen auf das Baumdiagramm als bekannte Vorgehensweise zurückgeführt werden kann. Die besondere Bedeutung der Unabhängigkeit für Bernoulliketten wird am Baumdiagramm entdeckt und für verschiedene Kontexte (z. B. Ziehen mit/ohne Zurücklegen) interpretiert.</p> <p>Die Binomialverteilung wird in einer problemhaltigen Situation aus dem Baumdiagramm einer Bernoullikette entdeckt bzw. entwickelt. Dabei kann der Binomialkoeffizient als Faktor für die Anzahl der gesuchten Wege zunächst erkundet und schließlich ohne Herleitung eingeführt und verwendet werden.</p> <p>Mithilfe der Binomialverteilung werden schließlich Problemstellungen in verschiedenen realen Kontexten und Spielsituationen bearbeitet und auch mithilfe des GTR gelöst. In diesem Rahmen werden am Rande auch Fragen der Modellierung wiederholend aufgegriffen. Bei entsprechenden Problemstellungen werden kumulierte Wahrscheinlichkeiten eingeführt, verwendet und mit dem GTR berechnet. <i>Verschiedene Lösungswege (zum Beispiel über die Gegenwahrscheinlichkeit) sollten verglichen und diskutiert werden.</i></p> <p><i>Hinweis: Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.</i></p> | |

pieren),

- verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang (*Produzieren*),
- dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar (*Produzieren*),
- wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus (*Produzieren*),
- greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter (*Diskutieren*).

Werkzeuge nutzen

Die Studierenden ...

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge [...] zum [...] ... Ermitteln der Kennzahlen statistischer Daten (Mittelwert, Standardabweichung) [...], ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen,
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen,
- entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus.

| Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen | | (Q-GK-S3) (9 Std) |
|--|---|-------------------|
| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen | |
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung, • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von (binomialverteilten) Zufallsgrößen [...], • nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen, • schließen anhand einer vorgegebenen Entscheidungsregel aus einem Stichprobenergebnis auf die Grundgesamtheit. <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Argumentieren <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • stellen Vermutungen auf (<i>Vermuten</i>), • unterstützen Vermutungen beispielgebunden (<i>Vermuten</i>), • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>), • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>). <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen [...] digitale Werkzeuge, • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge [...] zum [...] ... Variieren der Parameter von Binomialverteilungen, ... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen, ... Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (μ, σ), ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen. | <p>Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt durch die grafische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR. Mithilfe von Histogrammen mit großem Stichprobenumfang kann ein Bezug zur eventuell aus dem Alltagswissen bekannten Glockenkurve hergestellt werden. Die Glockenkurve muss mathematisch nicht näher im Unterricht betrachtet werden.</p> <p>Nachdem der Einfluss der Parameter n und p visualisiert untersucht wurde, können begründete Vermutungen zum Erwartungswert und zur Standardabweichung aufgestellt werden. Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, wird die Formel für die Standardabweichung ohne eine allgemeingültige Herleitung verwendet.</p> <p>An Beispielen wird festgestellt, dass unabhängig von n und p ca. 68% der Ergebnisse in der 1σ-Umgebung des Erwartungswertes liegen.</p> <p>Prüfverfahren mit vorgegebenen Entscheidungsregeln bieten einen besonderen Anlass, um von einer (ein- oder mehrstufigen) Stichprobenentnahme aus einer Lieferung auf nicht bekannte Parameter in der Grundgesamtheit zu schließen.</p> <p><i>Hinweis: Es bietet sich an, die Stichprobenentnahme mithilfe des GTR zu simulieren.</i></p> | |

| Von Übergängen und Prozessen | | (Q-GK-S4) (9 Std) |
|--|--|-------------------|
| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen | |
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen, • verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände). <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren), • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren), • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren), • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren). <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge [...] zum ...Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen [...], ...Durchführen von Operationen mit Vektoren und Matrizen [...], • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen, • entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus. | <p><i>Hinweis:</i> <i>Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Studierende modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.</i></p> <p>Die tabellarische Darstellung der Übergänge in einem Prozessdiagramm führt in der verkürzten Schreibweise zu einer stochastischen Übergangsmatrix. Im Rahmen der Berechnung des folgenden Zustandes wird ein System von Gleichungen entwickelt, das zur Matrix-Vektor-Darstellung führt und damit an die Matrix-Vektor-Schreibweise der linearen Gleichungssysteme anknüpft.</p> <p>Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung, absorbierender Zustand). <i>Wenn der zeitliche Rahmen es erlaubt, können bei der Bestimmung der stabilen Verteilung die näherungsweise Bestimmung mithilfe des GTR und die algebraische Bestimmung mithilfe von Gleichungssystemen als konkurrierende Lösungswege verglichen und diskutiert werden.</i></p> <p>Es bietet sich an, Ausgangszustände über ein entsprechendes Gleichungssystem zu ermitteln und zu erfahren, dass der GTR als Hilfsmittel dazu die inverse Matrix bereitstellt.</p> | |

Q-Phase Leistungskurs Analysis (A)

| Von der graphischen Analyse zu Kriterien für Extremstellen und Wendestellen | | (Q-LK-A1) (20 Std) |
|--|---|--------------------|
| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen | |
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion), • deuten die Ableitung mithilfe der Approximation durch lineare Funktionen, • nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichem Exponenten, • begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mithilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen, • bilden die Ableitungen folgender Funktionen: ganzrationale Funktionen, Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten [...], • verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendestellen, • beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mithilfe der 2. Ableitung, • lösen Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern oder Substituieren auf lineare und quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne digitale Hilfsmittel. <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Problemlösen <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • analysieren und strukturieren die Problemsituation (<i>Erkunden</i>), • erkennen Muster und Beziehungen (<i>Erkunden</i>), • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (<i>Lösen</i>). <p>Argumentieren <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>), • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>), • verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten (<i>Begründen</i>), • erklären vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise (<i>Begründen</i>), | <p>Zum Einstieg in die Qualifikationsphase wird zunächst ein komplexerer Anwendungskontext (z. B. Herzfrequenz von Sportlern, vgl. Abitur 2008) mithilfe der graphischen Analyse untersucht und beschrieben. Dabei liegt der Schwerpunkt zunächst auf der Begriffsbildung bei der Untersuchung von Graphen und der Stärkung der Bedienkompetenz des digitalen Werkzeugs. Dabei erhalten die Studierenden auch einen Überblick über die im Folgenden zu systematisierenden Inhalte.</p> <p>Im Sachkontext (Durchschnitts-, Momentangeschwindigkeit) wird der Übergang von der durchschnittlichen Änderung zur lokalen Änderung nicht nur graphisch sondern auch algebraisch erfasst.</p> <p>Verschiedene Darstellungs- und Berechnungsmöglichkeiten des Differentialquotienten werden anhand einer quadratischen Funktion verglichen. Das Berechnen des Werts der lokalen Änderung an beliebigen Stellen in einer kooperativen Arbeitsform veranschaulicht den Übergang von der Ableitung an einer Stelle zur Ableitungsfunktion.</p> <p>Die Ableitungsregel für Potenzfunktionen wird aus geeigneten Beispielen mithilfe der graphischen Ableitung vermutet und anschließend rechnerisch bestätigt. Summen- und Faktorregel können in analoger Form angeschlossen werden.</p> <p>Das kooperative Erkunden von Funktionen und ihren Graphen (z. B. als Gruppenpuzzle) führt zu den benötigten Kriterien zur Bestimmung von Extrempunkten. Anwendungskontexte sollen in dieser Phase zunächst nicht betrachtet werden. Der Schwerpunkt liegt auf dem exakten Sprachgebrauch beim Argumentieren, der sukzessive vermittelt und eingeübt werden muss.</p> <p>Die analoge Übertragung der Kriterien auf Monotonie, Krümmungsverhalten und Wendepunkte erfolgt wieder im Anwendungskontext (z. B. Höhenprofile).</p> <p>In weiteren Anwendungskontexten werden die Kriterien vertieft und die Zusammenhänge zwischen Ausgangsfunktion, 1. und 2. Ableitung immer wieder ausführlich verbalisiert. Gemeinsame Eigenschaften ganzrationaler Funktionen und am Term ablesbare Eigenschaften sollen deutlich herausgearbeitet werden.</p> <p>Aufgrund der besonderen Bedeutung der Nullstellen werden an geeigneten Aufgaben die benötigten auch hilfsmittelfreien Techniken der Bestimmung eingeübt.</p> | |

2 Entscheidungen zum Unterricht – Q-Phase Leistungskurs Analysis (A)

- | | |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none">• überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>),•beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihrer Reichweite und Übertragbarkeit (<i>Beurteilen</i>),•stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her [...] (<i>Begründen</i>),•nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (direktes Schlussfolgern, Gegenbeispiele, indirekter Beweis) (<i>Begründen</i>). | |
|---|--|

| Optimierungsprobleme | | <i>(Q-LK-A2) (10 Std)</i> |
|--|--|---------------------------|
| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen | |
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese, • unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitionsbereich. <p>Prozessbezogene Kompetenzen:</p> <p>Modellieren <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>), • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>), • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>), • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>), • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>). <p>Problemlösen <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (<i>Erkunden</i>), • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle ...) aus, um die Situation zu erfassen (<i>Erkunden</i>), • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien ([...] systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel [...], Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme [...], Verallgemeinern) (<i>Lösen</i>), • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (<i>Lösen</i>), • berücksichtigen einschränkende Bedingungen (<i>Lösen</i>), • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (<i>Lösen</i>), • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (<i>Reflektieren</i>). | <p>Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. Deshalb orientiert sich das Unterrichtsvorhaben an der Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“ Es ist erforderlich, den Lernenden hinreichend Zeit zu geben, u. a. mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen. An Problemen, die auf quadratische Zielfunktionen führen, sollten auch unterschiedliche Lösungswege aufgezeigt und verglichen werden. Hier bietet es sich außerdem an, Lösungsverfahren auch ohne digitale Hilfsmittel einzuüben.</p> <p>Zum Einstieg in die Thematik bieten sich handlungsorientierte Problemstellungen an, wie die Optimierung von Faltschachteln.</p> <p>Stellen extremer Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Neuverschuldung und Schulden oder Besucherströme in einen Freizeitpark/zu einer Messe und erforderlicher Personaleinsatz) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- oder Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen. Die Bestimmung der Stellen mit extremer Steigung erfolgt über das Vorzeichenwechselkriterium. Der Einsatz des GTR fördert gerade in diesem Kontext vielfältige Lösungsansätze, deren jeweilige fachliche Vollständigkeit gemeinsam mit den Studierenden diskutiert wird.</p> <p>An Kontextproblemen entdecken die Studierenden die Notwendigkeit, Randwertextrema zu betrachten. Mögliche Randwertextrema geben Anlass, die reale Modellierung und ihre mathematische Lösung zu hinterfragen. Im Rahmen der Modellierungen wird die Bedeutung der zweiten Ableitung als Zu- oder Abnahme der Änderungsrate thematisiert.</p> | |

| Exponentialfunktionen in Anwendungen | | (Q-LK-A3) (30 Std) |
|--|---|--------------------|
| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen | |
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und begründen die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion, • verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsvorgängen und vergleichen die Qualität der Modellierung exemplarisch mit einem begrenzten Wachstum, • nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der natürlichen Exponentialfunktion, • interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext und untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionenscharen, • bilden die Ableitungen von Funktionen: <ul style="list-style-type: none"> - natürliche Exponentialfunktion, - Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis, - natürliche Logarithmusfunktion, • erkennen Strukturen zusammengesetzter Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) und begründen damit deren wesentlichen Eigenschaften, • wenden die Summen- und Faktorregel sowie die Produkt- und Kettenregel zum Ableiten von Funktionen an, • verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen. <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Problemlösen <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (<i>Erkunden</i>), • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>), • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien ([...] systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel [...], Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme [...]) (<i>Lösen</i>), • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (<i>Lösen</i>), • variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (<i>Reflektieren</i>). <p>Argumentieren <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • stellen Vermutungen auf (<i>Vermuten</i>), | <p>Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens steht eine Auffrischung der bereits in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen durch eine arbeitsteilige Untersuchung verschiedener Kontexte z. B. in Gruppenarbeit mit Präsentation (Wachstum und Zerfall).</p> <p>Im Anschluss werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen. Anschließend wird mithilfe eines digitalen Werkzeugs mit einem Schieberegler die Basis variiert. Dabei ergibt sich die Frage, für welche Basis die Funktion und ihre Ableitungsfunktion übereinstimmen. Resultierend wird die Exponentialfunktion mit ihrer besonderen Eigenschaft thematisiert.</p> <p>Die erforderlichen Ableitungsregeln, insbesondere die Ketten- und Produktregel, können zunächst ausgehend von vorgegebenen Beispielen oder mithilfe eines CAS erkundet und entdeckt werden. Exemplarische Beweise und Argumentationsketten werden untersucht, indem zum Beispiel vertauschte oder unvollständige Argumentationsketten berichtigt werden.</p> <p>Die Eigenschaften (wie Globalverlauf, Symmetrie, usw.) und Strukturen zusammengesetzter Funktionen werden mit dem GTR erkundet und zum Beispiel in einem Glossar zusammengestellt.</p> <p>An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen) wird eine Modellierung durch zusammengesetzte Funktionen erarbeitet.</p> <p>Als Beispiel für eine Funktionenschar wird folgende Funktionenschar $f_{a,b}(x) = ae^{-(x-b)^2}$ mit dem GTR untersucht. Sie kann später in der Stochastik als Grundlage einer Normalverteilung wiedererkannt werden.</p> <p>In diesem Rahmen wird auch die natürliche Logarithmusfunktion eingeführt und wesentliche Eigenschaften untersucht. Logarithmusfunktionen werden auch in Kombination mit anderen Funktionstypen bearbeitet.</p> | |

- unterstützen Vermutungen beispielgebunden (*Vermuten*),
- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*),
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her [...] (*Begründen*),
- erklären vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise (*Begründen*),
- erkennen lückenhafte Argumentationsketten und vervollständigen sie (*Beurteilen*).

Werkzeuge nutzen

Die Studierenden ...

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge [...] zum [...]
... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen [...],
... grafischen Messen von Steigungen [...],
- entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus,
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen.

| Integralrechnung | | <i>(Q-LK-A4) (25 Std)</i> |
|--|--|---------------------------|
| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen | |
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe, • deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext, • skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion, • erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs, • erläutern den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion, • begründen geometrisch-anschaulich den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung als Beziehung zwischen Änderungsrate und Integralfunktion, • nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen, • bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen, • nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion der Funktion $x \mapsto \frac{1}{x}$, • bestimmen Integrale numerisch und mithilfe von gegebenen oder Nachschlagewerken entnommenen Stammfunktionen, • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion, • bestimmen Flächeninhalte und Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszissenachse entstehen, mithilfe von bestimmten und uneigentlichen Integralen. <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Argumentieren <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • stellen Vermutungen auf (<i>Vermuten</i>), • unterstützen Vermutungen beispielgebunden (<i>Vermuten</i>), • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>), • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her [...] (<i>Begründen</i>). <p>Kommunizieren <i>Die Studierenden ...</i></p> | <p>Das Thema ist vergleichbar zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb werden hier Kontexte, die schon dort genutzt wurden, wieder aufgegriffen (Geschwindigkeit – Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge).</p> <p>Der Einstieg erfolgt über eine arbeitsteilige Gruppenarbeit, in der sich die Studierenden selbstständig eine Breite an Kontexten, in denen von einer Änderungsrate auf den Bestand geschlossen wird, erarbeiten.</p> <p>Außer der Schachtelung durch Ober- und Untersummen sollen die Studierenden eigenständig weitere unterschiedliche Strategien zur möglichst genauen näherungsweise Berechnung des Bestands entwickeln und vergleichen. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert.</p> <p>Qualitativ können die Studierenden den Graphen einer Flächeninhaltsfunktion als „Bilanzgraphen“ zu einem vorgegebenen Randfunktionsgraphen skizzieren. Die Ergebnisse der Gruppenarbeit werden auf Plakaten festgehalten und in einem Museumsgang präsentiert. Studierendenvorträge über bestimmte Kontexte sind erforderlich.</p> <p>Studierende entdecken, dass die Bestandsfunktion eine Stammfunktion der Änderungsrate ist.</p> <p>Fragen zur Genauigkeit der Ergebnisse geben Anlass zu einer Recherche zum Zusammenhang des Grenzwertbegriffs und dem Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung aus innermathematischer und historischer Sicht.</p> <p>Grundlegende Regeln zur Bildung von Stammfunktionen werden von den Studierenden selbstständig erarbeitet, ansonsten wird der Umgang mit der Formelsammlung und dem GTR geübt.</p> <p>Neben der Nutzung des Hauptsatzes wird das Abschätzen bzw. das numerische Berechnen von Flächenmaßzahlen unter einem Graphen als Verfahren auch hilfsmittelfrei durchgeführt.</p> <p>Die Studierenden berechnen Flächeninhalte, indem sie die Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) nutzen. Bei der Berechnung der Flächeninhalte zwischen Graphen werden die Schnittstellen in der Regel numerisch mit dem GTR bestimmt.</p> | |

- erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathemathikhaltigen Texten und Darstellungen, aus authentischen Texten, mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (*Rezipieren*),
- erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (*Rezipieren*),
- formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (*Produzieren*),
- erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (*Produzieren*),
- vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität (*Diskutieren*).

Werkzeuge nutzen

Die Studierenden ...

- nutzen [...] digitale Werkzeuge [*Erg. d. Fachkonferenz: Tabellenkalkulation und Funktionenplotter*] zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen,
- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge [...] zum [...] ... Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse, ... Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals [...].

Komplexere Anwendungsaufgaben (ganzrationale, Exponential- und Logarithmusfunktionen) sollen am Ende des Unterrichtsvorhabens bearbeitet werden, um Vernetzungen mit den Kompetenzen der bisherigen Unterrichtsvorhaben herzustellen. Dazu gehören auch Berechnungen von Rotationskörpern und uneigentliche Integrale.

| Vertiefung und Vernetzung | | <i>(Q-LK-A5) (20 Std)</i> |
|--|---|---------------------------|
| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen | |
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben, • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion, • verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen. <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Argumentieren <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her [...] (<i>Begründen</i>), • verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten (<i>Begründen</i>), • nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (direktes Schlussfolgern, Gegenbeispiele, indirekter Beweis) (<i>Begründen</i>), • berücksichtigen vermehrt logische Strukturen [...] (<i>Begründen</i>), • erklären vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise (<i>Begründen</i>), • erkennen lückenhafte Argumentationsketten und vervollständigen sie (<i>Beurteilen</i>), • erkennen fehlerhafte Argumentationsketten und korrigieren sie (<i>Beurteilen</i>), • beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihrer Reichweite und Übertragbarkeit (<i>Beurteilen</i>). <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge [...] zum ... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen [...], ... Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle, ... grafischen Messen von Steigungen, ... Berechnen der Ableitung einer Funktion an einer Stelle [...], • entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus, • reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge. | <p>Innermathematische und kontextbezogene Steckbriefaufgaben ermöglichen eine integrierte Wiederholung und Vertiefung des Themas „ganzrationale Funktionen“ und „LGS“.</p> <p>Ganzrationale und exponentielle Wachstumsmodelle im Vergleich vervollständigen die Vernetzung des bisher Gelernten.</p> <p>Eine Vernetzung der Inhaltsfelder (Analysis, Stochastik und Analytische Geometrie) bieten beispielsweise die Themen „Geraden in der Analysis und analytischen Geometrie“, „Gaußsche Glockenkurve in der Analysis und Stochastik“.</p> <p>Lernlandkarten / Lernplakate, die Begriffe aus den bisherigen Unterrichtsvorhaben in Beziehung zueinander setzen, werden zur Abiturvorbereitung erstellt und mit den Abiturvorgaben und Lernhilfen abgeglichen, so dass ein individueller Lernplan zur Abiturvorbereitung entsteht.</p> <p>Anhand komplexer Aufgaben werden Begriffe in Beziehung zueinander gesetzt und verschiedene, teilweise auch fehlerhafte Argumentationsketten analysiert. Konkurrierende Argumentationsstrategien werden auf ihre Effektivität hin untersucht.</p> | |

Q-Phase Leistungskurs Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

| <i>Mathematik in 3D – Nutzung von Vektoren</i> | | <i>(Q - LK - G1) (10 Std)</i> |
|---|---|-------------------------------|
| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen | |
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum, erfassen geometrische Objekte in räumlichen kartesischen Koordinatensystemen und stellen einfache dreidimensionale Objekte mithilfe digitaler Werkzeuge dar, deuten Vektoren (in Koordinatendarstellung) als Verschiebungen und kennzeichnen Punkte im Raum durch Ortsvektoren, stellen gerichtete Größen (z. B. Geschwindigkeit, Kraft) durch Vektoren dar, berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten, addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität. <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Kommunizieren <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren (<i>Rezipieren</i>), greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter (<i>Diskutieren</i>), nehmen zu mathemathhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung (<i>Diskutieren</i>), führen Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbei (<i>Diskutieren</i>), wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus (<i>Produzieren</i>), wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (<i>Produzieren</i>), <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> nutzen Formelsammlungen, Geodreiecke, geometrische Modelle und digitale Werkzeuge, verwenden verschiedene digitale Werkzeuge [...] zum [...] ... grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden, ... Darstellen von Objekten im Raum [...]. | <p>Ausgehend von den Vorkenntnissen der Studierenden werden verschiedene Koordinatisierungen thematisiert. (z. B. GPS, geographische Koordinaten, kartesische Koordinaten, Robotersteuerung, Spidercam)</p> <p>Durch Operieren mit Verschiebungspfeilen in Kontexten (z. B. Gierfähre, Kräfteparallelogramm, Spidercam, Verschiebung Normalparabel) werden einfache geometrische Problemstellungen beschrieben.</p> <p>Die Herleitung der Rechenregeln für Vektoren wird in Bezug zu bisher bekannten Rechengesetzen gesetzt, um den Aufbau und elementare Vorgehensweisen der Mathematik zu verdeutlichen.</p> <p>Geeignete, nicht zu komplexe geometrischen Modelle (z. B. „unvollständige“ Holzquader) werden von den Studierenden, unter Verwendung eines geeigneten digitalen Werkzeugs, im Schrägbild dargestellt, um ihr räumliches Vorstellungsvermögen zu entwickeln. Dabei werden die Darstellungen in Bezug auf Wirkungen, insbesondere auf Winkelverzerrungen, untersucht und beurteilt. Hier bietet sich eine Verknüpfung zu verschiedenen Kartendarstellungen (Erdkunde, Geschichte) an.</p> <p>Im Rahmen der Untersuchung einfacher geometrischer Objekte beschreiben die Studierenden Diagonalen (insbesondere zur Charakterisierung von Viereckstypen), bestimmen die Koordinaten von Mittelpunkten (ggf. auch Schwerpunkten), untersuchen Vektoren auf Parallelität (Kollinearität).</p> <p>Für die Abstandsberechnung zweier Punkte wird der Betrag des Differenzvektors, der am Satz des Pythagoras verdeutlicht wird, verwendet.</p> | |

| Skalarprodukt – eine neue Rechenart und ihr Nutzen | | <i>(Q-LK-G2) (10 Std)</i> |
|---|--|---------------------------|
| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen | |
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es, • untersuchen mithilfe von Vektoreigenschaften bzw. dem Skalarprodukt geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu (<i>Mathematisieren</i>), • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Mathematisieren</i>). <p>Problemlösen <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (<i>Erkunden</i>), • analysieren und strukturieren die Problemsituation (<i>Erkunden</i>), • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>), • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien ([...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...]) (<i>Lösen</i>), • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (<i>Lösen</i>), • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (<i>Reflektieren</i>). | <p>Das Skalarprodukt vervollständigt das Rechnen mit Vektoren, indem die Multiplikation von Vektoren definiert wird. In diesem Zusammenhang kann (<i>optional über den KLP hinausgehend</i>) auch das Vektorprodukt angesprochen werden.</p> <p>Das Ergebnis eines Skalarproduktes wird geometrisch interpretiert. Die Studierenden erkennen, formulieren und berechnen Anwendungen des Skalarproduktes: Länge eines Vektors (Rückbezug zu UV Q-LK-G1), Orthogonalität von Vektoren, Winkel zwischen zwei Vektoren. Bei der Untersuchung von Objekten und Situationen im Raum kann problemlösend gearbeitet und die Anwendung des Skalarproduktes vertieft werden. (Hinweis: auf eine Herleitung mit dem Kosinussatz kann verzichtet werden.)</p> <p>Anknüpfend an das vorige UV Q-LK-G1 werden Eigenschaften von Dreiecken und Vierecken inklusive Winkelberechnungen mithilfe des Skalarproduktes untersucht. Dreidimensionale Objekte im Raum bieten vielfältige Anlässe für im Sinne des Problemlösens offen angelegte, exemplarische geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte, z. B. Gebäude, bezogen werden. Elementargeometrische Lösungswege werden in diesem Zusammenhang als Alternativen unter Verwendung der Formelsammlung aufgezeigt und auf ihre Relevanz hin überprüft, z. B. Strahlensätze.</p> | |

| Geraden in 3D - Wie liegen Geraden zueinander? | | <i>(Q-LK-G3) (10 Std)</i> |
|--|--|---------------------------|
| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen | |
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> stellen Geraden in Parameterform dar, interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext, untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden [...], stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar. <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>), treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>), übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>), erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>), beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>), beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>), verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>Validieren</i>). <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> nutzen Formelsammlungen, Geodreiecke, geometrische Modelle und digitale Werkzeuge [Erg. Fachkonferenz: Dynamische-Geometrie-Software], verwenden verschiedene digitale Werkzeuge [...] zum [...] ... grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden [...], ... Darstellen von Objekten im Raum [...], ... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen [...]. | <p>Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt und Richtungsvektor beschrieben und unter Verwendung eines geeigneten digitalen Werkzeugs graphisch dargestellt. Dabei werden Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen, Zeitabhängigkeit, Geschwindigkeitsvektor) einbezogen.</p> <p>Abstrahierend vom Einstiegskontext wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen werden auch hilfsmittelfrei durchgeführt.</p> <p>Ein weiterer Kontext (z. B. ein Klettergerüst auf dem Spielplatz) illustriert die Darstellung von Strecken in Parameterform als begrenzte Punktmenge. Auch in diesem Kontext werden Punktproben durchgeführt.</p> <p>Der Fokus der Untersuchung von Lagebeziehungen liegt auf dem logischen Aspekt einer vollständigen Klassifizierung, sowie einer präzisen Begriffsbildung (z. B. Trennung der Begriffe „parallel“, „echt parallel“, „identisch“). Flussdiagramme und Tabellen sind ein geeignetes Mittel, solche Algorithmen darzustellen. Es werden selbstständig solche Darstellungen entwickelt und hinsichtlich ihrer Brauchbarkeit beurteilt. Als Unterrichtsmethoden werden Lernplakate, Museums-gang o. Ä. genutzt. In diesem Teil des Unterrichtsvorhabens werden nicht nur logische Strukturen reflektiert, sondern auch Unterrichtsformen gewählt, bei denen Kommunikationsprozesse im Team unter Verwendung der Fachsprache angeregt werden.</p> <p>Als Kontext dazu wird die Modellierung von Flugbahnen (Kondensstreifen) wieder aufgegriffen. Für die Schnittpunktberechnung wird ein digitales Werkzeug genutzt.</p> <p><i>Hinweis: Ergänzend kann hier oder als Vernetzung von Analytischer Geometrie und Analysis im Vorhaben Q-LK-G5 der zeitabhängige Abstand zwischen den Punkten, an denen die Flugzeuge sich zur gleichen Zeit befinden, betrachtet werden. Hierzu wird der zeitabhängige Abstand mit dem digitalen Werkzeug grafisch als Parabel dargestellt. Das Abstandsminimum (vgl. Scheitelpunkt der Parabel) wird mit Verfahren der Analysis ermittelt. Die verschiedenen Lösungswege wer-</i></p> | |

| |
|---|
| <p><i>den verglichen.</i></p> <p>Der systematische Vergleich verschiedener Beispiele zur Lage zweier Geraden und die Bestimmung der entsprechenden Lösungsmengen mit dem GTR (auch unter der Verwendung der Koeffizientenmatrix) führen zur Entdeckung von gemeinsamen Strukturen. Zentrale Werkzeugkompetenz in diesem Unterrichtsvorhaben ist die Interpretation des angezeigten Lösungsvektors bzw. der reduzierten Matrix. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung (Lagebeziehung) und der algebraischen Formalisierung wird herausgestellt.</p> |
|---|

| Ebenen in 3 D - Wie liegen Gerade und Ebene zueinander? | | <i>(Q-LK-G4) (20 Std)</i> |
|--|--|---------------------------|
| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen | |
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • stellen Ebenen in Koordinaten- und in Parameterform dar, • untersuchen Lagebeziehungen [...] zwischen Gerade und Ebene, • berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext, • stellen Ebenen in Normalenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum, • interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen auch in Vektor-Matrix-Schreibweise, • bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen. <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Problemlösen <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • recherchieren Informationen (<i>Erkunden</i>), • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, die die Situation zu erfassen (<i>Erkunden</i>), • erkennen Muster und Beziehungen (<i>Erkunden</i>), • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>), • wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (<i>Lösen</i>), • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...]) (<i>Lösen</i>), • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (<i>Lösen</i>), • überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen (<i>Reflektieren</i>), • interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung (<i>Reflektieren</i>), • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (<i>Reflektieren</i>), • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (<i>Reflektieren</i>), • analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (<i>Reflektieren</i>), • variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (<i>Reflektieren</i>). | <p>Freie oder leistungsdifferenziert gesteuerte Rechercharbeit zu Ebenen im dreidimensionalen Raum führen zu unterschiedlichen Darstellungen (Parameter-, Koordinaten-, Normalen- und Hesseform), die im Gruppenpuzzle miteinander verglichen werden. Studierende stellen geeignete Vergleichskriterien auf, z. B. Anzahl und Art der erforderlichen Vektoren, Anknüpfungsmöglichkeiten an Geradendarstellung, Nutzen für zeichnerische Darstellung.</p> <p>Zur Veranschaulichung der Lage von Ebenen wird eine räumliche Geometriesoftware verwendet. Die Achsenabschnittsform erleichtert das Zeichnen geeigneter Ebenen ohne Hilfsmittel.</p> <p>Im Kontext des Schattenwurfs entwickeln die Studierenden einen Lösungsplan zur Untersuchung der Lagebeziehungen von Gerade und Ebene analog zur Lagebeziehung von Geraden.</p> <p>Die Interpretation unterschiedlicher Lösungsmengen von Linearen Gleichungssystemen führt auf eine Systematisierung der Lagebeziehungen.</p> <p>Die Lösungsmengen werden mit dem GTR bestimmt. Die Interpretation unterschiedlicher Lösungsmengen von Linearen Gleichungssystemen führt auf eine Systematisierung der Lagebeziehungen. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung (Lagebeziehung) und der algebraischen Formalisierung wird deutlich.</p> <p><i>Vertiefend (und über den Kernlehrplan hinausgehend) kann bei genügend zur Verfügung stehender Zeit die Lösungsmenge eines Systems von Koordinatengleichungen als Schnittmenge von Ebenen geometrisch gedeutet werden. Dabei wird die Matrix-Vektor-Schreibweise genutzt. Dies bietet weitere Möglichkeiten, bekannte mathematische Sachverhalte zu vernetzen.</i></p> <p>Ein Wechsel zwischen Koordinatenform und Parameterform der Ebene ist über die drei Achsenabschnitte möglich. Alternativ wird ein Normalenvektor mithilfe eines Gleichungssystems (oder über den Kernlehrplan hinausgehend mit dem Vektorprodukt) bestimmt.</p> <p>Verschiedene Aufgaben zur Abstandsberechnung zwischen Punkten, Geraden</p> | |

| | |
|--|--|
| <p>Kommunizieren <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none">• erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (<i>Rezipieren</i>),• verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang (<i>Produzieren</i>),• wechseln flexibel zwischen math. Darstellungsformen (<i>Produzieren</i>),• erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (<i>Produzieren</i>),• vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität (<i>Diskutieren</i>),• beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren (<i>Rezipieren</i>),• greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter (<i>Diskutieren</i>),• nehmen zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung (<i>Diskutieren</i>),• führen Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbei (<i>Diskutieren</i>),• wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus (<i>Produzieren</i>),• formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (<i>Produzieren</i>),• wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (<i>Produzieren</i>). | <p>und Ebenen werden arbeitsteilig, leistungsdifferenziert bearbeitet, Lösungsstrategien werden erarbeitet und anschließend im Plenum vorgestellt.</p> <p>Hier kann der Kontext der Flugbahnen aus Q-LK-G3 in Bezug auf den Abstand windschiefer Geraden wieder aufgegriffen werden. In diesem Sachzusammenhang wird die Frage des Abstandes zwischen Flugobjekten (Wo befinden sich die Flugzeuge zum gleichen Zeitpunkt?) relevant. Dabei muss deutlich werden, dass es um zwei verschiedene Abstandsbegriffe, nämlich den zeitlich gebundenen Abstand zwischen zwei Punkten und den Abstand zwischen geometrischen Objekten geht. (Bedeutung der Parameter)</p> |
|--|--|

| Untersuchungen an geometrischen Körpern - Welche Lösungsstrategien sind hilfreich? | | <i>(Q-LK-G5) (10 Std)</i> |
|---|---|---------------------------|
| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen | |
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar, untersuchen Lagebeziehungen [...] zwischen Geraden und Ebenen, berechnen (Schnittpunkte von Geraden sowie) Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext, untersuchen mithilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung), bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen. <p><i>Vertiefend aus der Einführungsphase:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar, beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme, wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen. <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Problemlösen <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (<i>Erkunden</i>), analysieren und strukturieren die Problemsituation (<i>Erkunden</i>), entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>), nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...]) (<i>Lösen</i>), wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (<i>Lösen</i>), beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (<i>Reflektieren</i>). <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> verwenden verschiedene digitale Werkzeuge [...] zum ... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen [...], | <p>Hinweis: Angesichts des begrenzten Zeitrahmens ist es wichtig, den Fokus der Unterrichtstätigkeit nicht auf die Vollständigkeit einer „Rezeptsammlung“ und deren hieb- und stichfeste Einübung zu allen denkbaren Varianten zu legen, sondern bei den Studierenden prozessbezogene Kompetenzen zu entwickeln, die sie in die Lage versetzen, problemhaltige Aufgaben zu bearbeiten und dabei auch neue Anregungen zu verwerten.</p> <p>Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten als Körper mit begrenzten Flächen vielfältige Anlässe für offen angelegte geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte bezogen werden. Lagebeziehungen und Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen werden von den Studierenden systematisiert, indem sie selber Fragestellungen und zugehörige Lösungsstrategien entwickeln und ihre Arbeitsergebnisse in geeigneter Form präsentieren.</p> <p>Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt. Die Bestimmung von Längen und Winkeln setzt das Thema Q-LK-G2 direkt fort. Winkel zwischen einer Geraden und einer Ebene erlauben Rückschlüsse auf ihre Lagebeziehung.</p> <p>Abstände von Punkten zu Geraden (Q-LK-G3) und zu Ebenen (Q-LK-G4) ermöglichen es, z. B. die Fläche eines Dreiecks oder die Höhe und das Volumen einer Pyramide zu bestimmen. In diesem Kontext wird die Einschränkung des Definitionsbereichs, z. B. zur Beschreibung von Parallelogrammen und Dreiecken, untersucht. Abgesehen von der Abstandsberechnung zwischen Geraden müssen weitere Formen der Abstandsberechnungen nicht systematisch abgearbeitet werden, sie können bei Bedarf im Rahmen von Problemlöseprozessen in konkrete Aufgaben integriert werden.</p> <p>Parallelprojektion (Sonnenstrahlen) und Zentralprojektion (punktuelle Lichtquelle) bieten durch Betrachtung des Schattenwurfes eine Vertiefung und Vernetzung der bisherigen Unterrichtsinhalte. Der Einsatz geeigneter digitaler Werkzeuge ermöglicht es, den Ort der Strahlenquelle zu variieren.</p> <p>Das Gauß-Verfahren wird im Zusammenhang mit der Berechnung von Schnittfiguren oder bei der Konstruktion regelmäßiger Polyeder vertieft. Weiter bietet der Einsatz des GTR Anlass, z. B. über die Interpretation der trigonalisierten Koeffizientenmatrix die Dimension des Lösungsraumes zu untersuchen. Die Vernet-</p> | |

| | |
|---|---|
| <p>... Durchführen von Operationen mit Vektoren und Matrizen [...].</p> | <p>zung der geometrischen Vorstellung und der algebraischen Formalisierung wird stets deutlich.</p> <p>In diesem Unterrichtsvorhaben wird im Sinne einer wissenschaftspropädeutischen Grundbildung besonderer Wert gelegt auf eigenständige Lernprozesse bei der Aneignung eines begrenzten Stoffgebietes sowie bei der Lösung von problemorientierten Aufgaben. In diesem Unterrichtsvorhaben werden auch heuristische Strategien und Vorgehensweisen aufgegriffen. Beispielsweise:</p> <ul style="list-style-type: none">• eine planerische Skizze anzufertigen und die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt zu beschreiben,• geometrische Hilfsobjekte einzuführen,• an geometrischen Situationen Fallunterscheidungen vorzunehmen,• bekannte Verfahren zielgerichtet einzusetzen und in komplexeren Abläufen zu kombinieren,• unterschiedliche Lösungswege kriteriengestützt zu vergleichen. <p>Abschließend nehmen die Studierenden eine Selbsteinschätzung ihrer Kompetenzen im Bereich der analytischen Geometrie vor und überprüfen sich anhand von komplexen Aufgaben.</p> |
|---|---|

Q-Phase Leistungskurs Stochastik (S)

| Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-LK-S1) (10 Std.) | |
|--|---|
| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen |
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben, • stellen Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf und führen Erwartungswertbetrachtungen durch, • erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen, • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen. <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>), • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>), • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>), • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter [...] Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>), • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>). <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge [...] zum [...] Ermitteln der Kennzahlen statistischer Daten (Mittelwert, Standardabweichung) [...], • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen, • entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus. | <p>Im ersten Teil dieses Unterrichtsvorhabens liegt der Fokus auf der Beschreibung und Untersuchung von statistischen Daten mithilfe digitaler Werkzeuge (Tabellekalkulation und GTR). Im Kontext überschaubarer Einkommensstichproben verschiedener Berufsgruppen mit wenigen Datenpunkten, z. B. Frisöre in verschiedenen Städten, werden Mittelwerte (Arithmetisches Mittel und Median) und Streumaße (Standardabweichung) diskutiert und wiederholt bzw. neu eingeführt. Dabei können Stichproben mit deutlichen Ausreißern die Diskussion über Mittelwerte (Median und Arithmetisches Mittel) anregen, während Stichproben (bzw. Berufsgruppen) mit gleichem Mittelwert aber unterschiedlicher Streuung die Diskussion über Streumaße und die Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung anregen. Grundsätzlich sollen neben den bekannten mathematischen Größen auch von den Studierenden selbst entwickelte bzw. vorgeschlagene Mittelwerte und Streumaße diskutiert werden.</p> <p>Im zweiten Teil dieses Unterrichtsvorhabens liegt der Fokus auf Modellierung stochastischer Situationen. Dabei kann der Übergang von statistischen Werten (Häufigkeiten) zu Wahrscheinlichkeiten als Teil einer Modellierung interpretiert und diskutiert werden, wobei auch die Angemessenheit der Modellierung thematisiert werden sollte.</p> <p>Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung zur Beschreibung von Zufallsexperimenten thematisiert. Hier sollte, um die Stoffgebiete zu vernetzen, auf die Wahrscheinlichkeitsverteilung als eindeutige Zuordnung verwiesen werden. Diese Funktionen werden in der Regel als Tabellen dargestellt und haben meistens keinen Funktionsterm.</p> <p>Die Frage nach fairen Einsätzen bei verschiedenen Glücksspielen motiviert anschließend die Betrachtung des Erwartungswerts. Dabei kann auch die Abhängigkeit von den Annahmen der Modellierung diskutiert werden.</p> <p>Die Analogie zwischen dem Erwartungswert und dem Arithmetischem Mittel führt dazu, Varianz und Standardabweichung für Wahrscheinlichkeitsverteilungen und Zufallsgrößen zu betrachten.</p> <p>Anschließend können mithilfe des Erwartungswertes, der Varianz und der Standardabweichung Wahrscheinlichkeitsverteilungen verglichen und prognostische Aussagen getätigt werden.</p> |

| Treffer oder nicht? –Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen | | (Q-LK-S2) (10 Std) |
|--|--|--------------------|
| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen | |
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente, • erklären die Binomialverteilung einschließlich der kombinatorischen Bedeutung der Binomialkoeffizienten und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten, • nutzen Binomialverteilungen [...] zur Lösung von Problemstellungen. <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>), • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>), • ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu (<i>Mathematisieren</i>), • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>), • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter [...] Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>). <p>Problemlösen <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • greifen auf Erfahrungen aus ihrer Berufswelt zurück, die sie reorganisieren und mit neuen Inhalten verknüpfen (<i>Erkunden</i>), • analysieren und strukturieren die Problemsituation (<i>Erkunden</i>), • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (<i>Erkunden</i>), • erkennen Muster und Beziehungen (<i>Erkunden</i>), • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>), • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Verallgemeinern) (<i>Lösen</i>), • wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (<i>Lösen</i>), • interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung (<i>Reflektieren</i>). | <p>Ein Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen.</p> <p>Für den Einstieg in dieses Unterrichtsvorhaben eignet sich der Kontext von Prüfungsaufgaben, bei denen jeweils genau eine der vorgegebenen Antwortmöglichkeiten richtig ist. In diesem Kontext führt die Frage nach dem Bestehen der Prüfung unter der Grundannahme, dass blind geraten wird, zu einer Bernoullikette, die für eine geringe Anzahl an Prüfungsfragen auf das Baumdiagramm als bekannte Vorgehensweise zurückgeführt werden kann. Die besondere Bedeutung der Unabhängigkeit für Bernoulliketten wird am Baumdiagramm entdeckt und für verschiedene Kontexte (z. B. Ziehen mit/ohne Zurücklegen) interpretiert.</p> <p>Die Binomialverteilung wird aus den Baumdiagrammen einer an Länge zunehmenden Bernoullikette entdeckt bzw. entwickelt. Dabei wird der Binomialkoeffizient als Anzahl der Pfade zunächst für kleine Zahlen, ausgehend vom Baumdiagramm, ermittelt und erkundet. Anschließend wird der Binomialkoeffizient kombinatorisch abgeleitet, begründet und in einfachen Fällen auch ohne Hilfsmittel bestimmt. Bei der Erarbeitung des Binomialkoeffizienten und der Binomialverteilung können Aspekte des Problemlösens und insbesondere heuristische Strategien thematisiert und bewusst gemacht werden.</p> <p>Mithilfe der Binomialverteilung werden schließlich Problemstellungen in verschiedenen realen Kontexten und Spielsituationen bearbeitet und auch mithilfe des GTR gelöst. In diesem Rahmen können am Rande auch Fragen der Modellierung wiederholend aufgegriffen werden. Bei entsprechenden Problemstellungen werden auch kumulierte Wahrscheinlichkeiten eingeführt, verwendet und mit dem GTR berechnet. Verschiedene Lösungswege (zum Beispiel über die Gegenwahrscheinlichkeit) können verglichen und diskutiert werden.</p> <p>Bei der Diskussion der Modellierung in verschiedenen Kontexten werden auch die Grenzen des Modellierungsprozesses aufgezeigt und begründet. In diesem Zusammenhang werden geklärt:</p> <ul style="list-style-type: none"> - die Beschreibung des Sachkontextes durch ein Zufallsexperiment - die Interpretation des Zufallsexperiments als Bernoullikette - die Definition der zu betrachtenden Zufallsgröße - die Unabhängigkeit der Ergebnisse - die Benennung von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p | |

| | |
|--|---|
| <p><i>ren</i>),</p> <ul style="list-style-type: none">• vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (<i>Reflektieren</i>),• beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (<i>Reflektieren</i>). | <p>Auch Beispiele der Modellumkehrung können betrachtet werden. („Von der Verteilung zur Realsituation“).</p> <p><i>Hinweis: Der Einsatz des GTR zur Berechnung von binomialverteilten Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.</i></p> |
|--|---|

| Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen | | (Q-LK-S3) (8 Std) |
|--|---|-------------------|
| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen | |
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung, • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von (binomialverteilten) Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen, • nutzen die σ-Regeln für prognostische Aussagen, • nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen. <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Argumentieren <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • stellen Vermutungen auf (<i>Vermuten</i>), • unterstützen Vermutungen beispielgebunden (<i>Vermuten</i>), • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>), • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>), • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>). <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen Formelsammlungen, Geodreiecke, geometrische Modelle und digitale Werkzeuge [Erg. Fachkonferenz: GTR und Tabellenkalkulationen], • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge [...] zum [...] ... Variieren der Parameter von Binomialverteilungen, ... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen, ... Berechnen der Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung), ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten und (auf erhöhtem Anforderungsniveau) normalverteilten Zufallsgrößen. | <p>Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR.</p> <p>Nachdem der Einfluss der Parameter n und p visualisiert untersucht wurde, können begründete Vermutungen zum Erwartungswert und zur Standardabweichung aufgestellt werden. Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, wird die Formel für die Standardabweichung exemplarisch für ein kleines festes n und ein beliebiges p durch Termumformungen bestätigt.</p> <p>Durch Erkundungen mit dem GTR wird das Konzept der σ-Umgebungen entwickelt und in Kontexten für prognostische Aussagen genutzt.</p> <p>Wenn der zeitliche Rahmen es zulässt, kann darüber hinaus mithilfe der σ-Regeln der notwendige Stichprobenumfang für eine vorgegebene Genauigkeit bestimmt und um das $\frac{1}{\sqrt{n}}$-Gesetz der großen Zahlen präzisiert werden.</p> | |

| Der Alltag ist nicht immer diskret | | (Q-LK-S4) (7 Std) |
|--|--|-------------------|
| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen | |
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion als Integralfunktion, • untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen, • beschreiben den Einfluss der Parameter μ und σ auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion (Gaußsche Glockenkurve). <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Kommunizieren <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathemathikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (<i>Rezipieren</i>), • erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (<i>Rezipieren</i>), • verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang (<i>Produzieren</i>). <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge [...] zum [...] <ul style="list-style-type: none"> ... Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals [...], ... Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen, ... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen, ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei [...] normalverteilten Zufallsgrößen, • reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge. | <p>Ausgehend von Alltagskontexten werden stetige Zufallsgrößen thematisiert. Der Übergang von diskreten zu stetigen Verteilungen mit der Analogie zur Approximation von Flächen durch Produktsummen knüpft an die Histogramme von Binomialverteilungen mit großem n aus dem vorherigen Unterrichtsvorhaben an. Das Verständnis der Verteilungsfunktion als Integralfunktion wird somit angelegt. Kontexte mit annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen zur Thematisierung der Normalverteilung und zu Untersuchungen in diesen Sachbezügen.</p> <p>Ergebnisse von Schulleistungstests oder Intelligenztests werden erst vergleichbar, wenn man sie hinsichtlich Mittelwert und Streuung normiert, was ein Anlass dafür ist, mit den Parametern μ und σ zu experimentieren. Auch Untersuchungen zu Mess- und Schätzfehlern bieten einen anschaulichen, ggf. handlungsorientierten Zugang. Berechnungen und Visualisierungen erfolgen mit dem GTR.</p> <p>Theoretisch ist von Interesse, dass es sich bei der Gaußschen Glockenkurve um den Graphen einer Randfunktion handelt, zu deren Stammfunktion (Gaußsche Integralfunktion) kein Term angegeben werden kann. Mithilfe des GTR können jedoch die Werte verschiedener bestimmter Intergrale bestimmt werden.</p> | |

| Signifikant und relevant? – Testen von Hypothesen | | (Q-LK-S5) (10 Std) |
|--|--|---------------------------|
| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen | |
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> interpretieren Hypothesentests bezogen auf den Sachkontext und das Erkenntnisinteresse, beschreiben und beurteilen Fehler 1. und 2. Art. <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>), übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>), erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>), beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>), reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>). <p>Kommunizieren <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathemathikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (<i>Rezipieren</i>), formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (<i>Produzieren</i>), dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar (<i>Produzieren</i>), führen Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbei (<i>Diskutieren</i>). | <p>Zentral ist das Verständnis der Idee des Hypothesentests, d. h. mithilfe eines mathematischen Instrumentariums einzuschätzen, ob Beobachtungen auf den Zufall zurückzuführen sind oder nicht. Ziel ist es, die Wahrscheinlichkeit von Fehlentscheidungen möglichst klein zu halten. Die Logik des Tests soll dabei an datengestützten gesellschaftlich relevanten Fragestellungen, z. B. Häufungen von Krankheitsfällen in bestimmten Regionen oder alltäglichen empirischen Phänomenen (z. B. Umfrageergebnisse aus dem Lokalteil der Zeitung) entwickelt werden.</p> <p>Im Rahmen eines realitätsnahen Kontextes werden folgende Fragen diskutiert:</p> <ul style="list-style-type: none"> Welche Hypothesen werden aufgestellt? Wer formuliert diese mit welcher Interessenlage? Welche Fehlentscheidungen treten beim Testen auf? Welche Konsequenzen haben sie? <p>Durch Untersuchung und Variation gegebener Entscheidungsregeln werden die Bedeutung des Signifikanzniveaus und der Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Fehlentscheidungen 1. und 2. Art zur Beurteilung des Testverfahrens erarbeitet.</p> | |

| Von Übergängen und Prozessen | | (Q-LK-S6) (10 Std) |
|--|---|--------------------|
| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen | |
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen, • verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände). <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>), • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>), • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>), • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>). <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Studierenden ...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen Formelsammlungen, Geodreiecke, geometrische Modelle, digitale Werkzeuge, • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge [...] zum ...Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen [...], ...Durchführen von Operationen mit Vektoren und Matrizen[...], • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen, • entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus. | <p><i>Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Studierende modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.</i></p> <p>Die tabellarische Darstellung der Übergänge in einem Prozessdiagramm führt in der verkürzten Schreibweise zu einer stochastischen Übergangsmatrix. Im Rahmen der Berechnung des folgenden Zustandes wird ein System von Gleichungen entwickelt, das zur Matrix-Vektor-Darstellung führt und damit an die Matrix-Vektor-Schreibweise der linearen Gleichungssysteme anknüpft.</p> <p>Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung, absorbierender Zustand). Bei der Bestimmung der stabilen Verteilung können die näherungsweise Bestimmung mithilfe des GTR und die algebraische Bestimmung mithilfe von Gleichungssystemen als konkurrierende Lösungswege verglichen und diskutiert werden.</p> <p>Eine nicht obligatorische Vertiefungsmöglichkeit besteht darin, Ausgangszustände über ein entsprechendes Gleichungssystem zu ermitteln und zu erfahren, dass der GTR als Hilfsmittel dazu die inverse Matrix bereitstellt.</p> | |

2.2 Grundsätze der fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit

In Absprache mit der Lehrerkonferenz sowie unter Berücksichtigung des Schulprogramms hat die Fachkonferenz Mathematik die folgenden fachmethodischen und fachdidaktischen Grundsätze beschlossen. In diesem Zusammenhang beziehen sich die Grundsätze 1 bis 15 auf fächerübergreifende Aspekte, die auch Gegenstand der Qualitätsanalyse sind, die Grundsätze 16 bis 26 sind fachspezifisch angelegt.

Überfachliche Grundsätze:

- 1) Geeignete Problemstellungen zeichnen die Ziele des Unterrichts vor und bestimmen die Struktur der Lernprozesse.
- 2) Inhalt und Anforderungsniveau des Unterrichts berücksichtigen das Leistungsvermögen der Studierenden.
- 3) Die Unterrichtsgestaltung ist auf die Ziele und Inhalte abgestimmt.
- 4) Medien und Arbeitsmittel orientieren sich an den Studierenden.
- 5) Die Studierenden erreichen einen Lernzuwachs.
- 6) Der Unterricht fördert eine aktive Teilnahme der Studierenden.
- 7) Der Unterricht fördert die Zusammenarbeit zwischen den Studierenden und bietet ihnen Möglichkeiten zu eigenen Lösungen.
- 8) Der Unterricht berücksichtigt die individuellen Lernwege der einzelnen Studierenden.
- 9) Die Studierenden erhalten Gelegenheit zu selbstständiger Arbeit und werden dabei unterstützt.
- 10) Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Partner- bzw. Gruppenarbeit.
- 11) Der Unterricht erfordert strukturierte und funktionale Arbeit im Plenum.
- 12) Die Lernumgebung ist vorbereitet; der Ordnungsrahmen wird eingehalten.
- 13) Die Lehr- und Lernzeit wird intensiv für Unterrichtszwecke genutzt.
- 14) Es herrscht ein positives pädagogisches Klima im Unterricht.
- 15) Wertschätzende Rückmeldungen prägen die Bewertungskultur und den Umgang mit Studierenden.

Fachliche Grundsätze:

- 16) Im Unterricht werden fehlerhafte Studierendenbeiträge produktiv im Sinne einer Förderung des Lernfortschritts der gesamten Lerngruppe aufgenommen.
- 17) Der Unterricht ermutigt die Lernenden dazu, auch fachlich unvollständige Gedanken zu äußern und zur Diskussion zu stellen.
- 18) Die Bereitschaft zu problemlösenden Arbeiten wird durch Ermutigungen und Tipps gefördert und unterstützt.

- 19) Die Einstiege in neue Themen erfolgen grundsätzlich mithilfe sinnstiftender Kontexte, die an das Vorwissen der Lernenden anknüpfen und deren Bearbeitung sie in die dahinter stehende Mathematik führt.
- 20) Es wird genügend Zeit eingeplant, in der sich die Lernenden neues Wissen aktiv konstruieren und in der sie angemessene Grundvorstellungen zu neuen Begriffen entwickeln können.
- 21) Durch regelmäßiges wiederholendes Üben werden grundlegende Fertigkeiten „wachgehalten“.
- 22) Im Unterricht werden an geeigneter Stelle differenzierende Aufgaben (z. B. „Blütenaufgaben“) eingesetzt.
- 23) Die Lernenden werden zu regelmäßiger, sorgfältiger und vollständiger Dokumentation der von ihnen bearbeiteten Aufgaben angehalten.
- 24) Die Studierenden werden angeleitet, fachliche Inhalte und Erkenntnisse in systematischer Form zum Beispiel in einem Portfolio als Wissensspeicher zu sichern.
- 25) Im Unterricht wird auf einen angemessenen Umgang mit fachsprachlichen Elementen geachtet.
- 26) Digitale Medien werden regelmäßig dort eingesetzt, wo sie dem Lernfortschritt dienen.

2.3 Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung

Hinweis: Die schulinternen Vereinbarungen bezüglich der Bewertungskriterien und deren Gewichtung dienen der Schaffung von Transparenz bei Bewertungen wie auch der Vergleichbarkeit von Leistungen.

Auf der Grundlage von § 48 SchulG, § 17 APO-WbK sowie Kapitel 3 des Kernlehrplans Mathematik hat die Fachkonferenz im Einklang mit dem entsprechenden schulbezogenen Konzept die nachfolgenden Grundsätze zur Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung beschlossen. Die nachfolgenden Absprachen stellen die Minimalanforderungen an das lerngruppenübergreifende gemeinsame Handeln der Fachgruppenmitglieder dar. Bezogen auf die einzelne Lerngruppe kommen ergänzend weitere der in den Folgeabschnitten genannten Instrumente der Leistungsüberprüfung zum Einsatz.

Verbindliche Absprachen:

- Zentrale Aspekte von Klausuren werden in parallelen Grund- bzw. Leistungskursen im Vorfeld abgesprochen.
- Klausuren können nach entsprechender Wiederholung im Unterricht auch Aufgabenteile enthalten, die Kompetenzen aus weiter zurückliegenden Unterrichtsvorhaben oder übergreifende prozessbezogene Kompetenzen erfordern.
- Mindestens eine Klausur je Schuljahr in der E-Phase sowie in Grund- und Leistungskursen der Q-Phase enthält einen „hilfsmittelfreien“ Teil.
- Alle Klausuren in der Q-Phase enthalten auch Aufgaben mit Anforderungen im Sinne des Anforderungsbereiches III (vgl. Kernlehrplan Kapitel 4).
- Für die Aufgabenstellung der Klausuraufgaben werden die Operatoren der Aufgaben des Zentralabiturs verwendet. Diese sind mit den Studierenden zu besprechen.
- Die Korrektur und Bewertung der Klausuren erfolgt anhand eines kriterienorientierten Bewertungsbogens, den die Studierenden als Rückmeldung erhalten.
- Studierenden wird in allen Kursen Gelegenheit gegeben, mathematische Sachverhalte zusammenhängend (z. B. eine Hausaufgabe, einen fachlichen Zusammenhang, einen Überblick über Aspekte eines Inhaltsfeldes ...) selbstständig vorzutragen.

Verbindliche Instrumente:

Überprüfung der schriftlichen Leistung

- **Einführungsphase:** Zwei Klausuren je Halbjahr. Dauer der Klausuren: 2 Unterrichtsstunden. (Vgl. APO-WbK § 18 (2))
- **Grundkurse Q-Phase Q 1.1 – Q 2.1:** Zwei Klausuren je Halbjahr. Dauer der Klausuren: 3 Unterrichtsstunden. (Vgl. APO-WbK § 18 (3))
- **Grundkurse Q-Phase Q 2.2:** Eine Klausur unter Abiturbedingungen für Studierende, die Mathematik als 3. Abiturfach gewählt haben. Dauer der Klausur: 3 Zeitstunden. (Vgl. APO-WbK § 18 (3))
- **Leistungskurse Q-Phase Q 1.1 – Q 2.1:** Zwei Klausuren je Halbjahr. Dauer der Klausuren: 4 Unterrichtsstunden (die Fachkonferenz hat beschlossen, in allen Klausuren dieser Kurshalbjahre einheitlich zu verfahren). (Vgl. APO-WbK § 18 (3))
- **Leistungskurse Q-Phase Q 2.2:** Eine Klausur unter Abiturbedingungen (die Fachkonferenz hat beschlossen, die letzte Klausur vor den Abiturklausuren unter Abiturbedingungen bzgl. Dauer und inhaltlicher Gestaltung zu stellen). Dauer der Klausur: 4,25 Zeitstunden. (Vgl. APO-WbK § 18 (3))
- **Facharbeit:** Gemäß Beschluss der Lehrerkonferenz wird die erste Klausur Q2 für diejenigen Studierenden, die eine Facharbeit im Fach Mathematik schreiben, durch diese ersetzt. (Vgl. APO-WbK § 18 (4))

Überprüfung der sonstigen Leistung

In die Bewertung der sonstigen Mitarbeit fließen folgende Aspekte ein, die den Studierenden bekanntgegeben werden müssen:

- Beteiligung am Unterrichtsgespräch (Quantität und Kontinuität)
- Qualität der Beiträge (inhaltlich und methodisch)
- Eingehen auf Beiträge und Argumentationen von Mitstudierenden, Unterstützung von Mitlernenden
- Umgang mit neuen Problemen, Beteiligung bei der Suche nach neuen Lösungswegen
- Umgang mit Arbeitsaufträgen
- Anstrengungsbereitschaft und Konzentration auf die Arbeit
- Beteiligung während kooperativer Arbeitsphasen
- Darstellungsleistung bei Referaten oder Plakaten und beim Vortrag von Lösungswegen
- Ergebnisse schriftlicher Übungen
- Anfertigen zusätzlicher Arbeiten, z. B. eigenständige Ausarbeitungen im Rahmen binnendifferenzierender Maßnahmen, Erstellung von Computerprogrammen

Übergeordnete Kriterien:

Die Bewertungskriterien für eine Leistung müssen den Studierenden transparent und klar sein. Die Fachkonferenz legt allgemeine Kriterien fest, die sowohl für die schriftlichen als auch für die sonstigen Formen der Leistungsüberprüfung gelten. Dazu gehört auch die Darstellung der Erwartungen für eine gute und für eine ausreichende Leistung.

Konkretisierte Kriterien:

Kriterien für die Überprüfung der schriftlichen Leistung

- Die Bewertung der schriftlichen Leistungen in Klausuren erfolgt über ein Raster mit Hilfspunkten, die im Erwartungshorizont den einzelnen Kriterien zugeordnet sind.

Dabei sind in der Qualifikationsphase alle Anforderungsbereiche zu berücksichtigen, wobei der Anforderungsbereich II den Schwerpunkt bildet.

Die Zuordnung der Hilfspunktsumme zu den Notenstufen orientiert sich am Zuordnungsschema des Zentralabiturs. Die Note ausreichend soll bei Erreichen von ca. 50% der Hilfspunkte erteilt werden. Von den genannten Zuordnungsschemata kann im Einzelfall begründet abgewichen werden, wenn sich z. B. besonders originelle Teillösungen nicht durch Hilfspunkte gemäß den Kriterien des Erwartungshorizontes abbilden lassen oder eine Abwertung wegen besonders schwacher Darstellung (APO-WbK §17 (5)) angemessen erscheint.

Kriterien für die Überprüfung der sonstigen Leistungen

Im Fach Mathematik ist in besonderem Maße darauf zu achten, dass die Studierenden zu konstruktiven Beiträgen angeregt werden. Daher erfolgt die Bewertung der sonstigen Mitarbeit nicht defizitorientiert oder ausschließlich auf fachlich richtige Beiträge ausgerichtet. Vielmehr bezieht sie Fragehaltungen, begründete Vermutungen, sichtbare Bemühungen um Verständnis und Ansatzfragmente mit in die Bewertung ein.

Im Folgenden werden Kriterien für die Bewertung der sonstigen Leistungen jeweils für eine gute bzw. eine ausreichende Leistung dargestellt. Dabei ist bei der Bildung der Quartals- und Abschlussnote jeweils die Gesamtentwicklung der Studierenden zu berücksichtigen, eine arithmetische Bildung aus punktuell erteilten Einzelnoten erfolgt nicht:

Beispiel für einen schulinternen Lehrplan

| Leistungsaspekt | Anforderungen für eine | |
|----------------------------------|--|--|
| | gute Leistung | ausreichende Leistung |
| | <i>Die/der Studierende</i> | |
| Qualität der Unterrichtsbeiträge | nennt richtige Lösungen und begründet sie nachvollziehbar im Zusammenhang der Aufgabenstellung | nennt teilweise richtige Lösungen, in der Regel jedoch ohne nachvollziehbare Begründungen |
| | geht selbstständig auf andere Lösungen ein, findet Argumente und Begründungen für ihre/seine eigenen Beiträge | geht selten auf andere Lösungen ein, nennt Argumente, kann sie aber nicht begründen |
| | kann ihre/seine Ergebnisse auf unterschiedliche Art und mit unterschiedlichen Medien darstellen | kann ihre/seine Ergebnisse nur auf eine Art darstellen |
| Kontinuität/Quantität | beteiligt sich regelmäßig am Unterrichtsgespräch | nimmt eher selten am Unterrichtsgespräch teil |
| Selbstständigkeit | bringt sich von sich aus in den Unterricht ein | beteiligt sich gelegentlich eigenständig am Unterricht |
| | ist selbstständig ausdauernd bei der Sache und erledigt Aufgaben gründlich und zuverlässig | benötigt oft eine Aufforderung, um mit der Arbeit zu beginnen; arbeitet Rückstände nur teilweise auf |
| | strukturiert und erarbeitet neue Lerninhalte weitgehend selbstständig, stellt selbstständig Nachfragen | erarbeitet neue Lerninhalte mit umfangreicher Hilfestellung, fragt diese aber nur selten nach |
| | erarbeitet bereitgestellte Materialien selbstständig | erarbeitet bereitgestellte Materialien eher lückenhaft |
| Kooperation | bringt sich ergebnisorientiert in die Gruppen-/Partnerarbeit ein | bringt sich nur wenig in die Gruppen-/Partnerarbeit ein |
| | arbeitet kooperativ und respektiert die Beiträge Anderer | unterstützt die Gruppenarbeit nur wenig |
| Gebrauch der Fachsprache | wendet Fachbegriffe sachangemessen an und kann ihre Bedeutung erklären | versteht Fachbegriffe nicht immer, kann sie teilweise nicht sachangemessen anwenden |
| Werkzeuggebrauch | setzt Werkzeuge im Unterricht sicher bei der Bearbeitung von Aufgaben und zur Visualisierung von Ergebnissen ein | benötigt häufig Hilfe beim Einsatz von Werkzeugen zur Bearbeitung von Aufgaben |
| Präsentation/Referat | präsentiert vollständig, strukturiert und gut nachvollziehbar | präsentiert an mehreren Stellen eher oberflächlich, die Präsentation weist Verständnislücken auf |
| Schriftliche Übung | ca. 75% der erreichbaren Punkte | ca. 50% der erreichbaren Punkte |

Grundsätze der Leistungsrückmeldung und Beratung:

Die Fachkonferenz legt in Abstimmung mit der Schulkonferenz und unter Berücksichtigung von § 48 SchulG und §18 APO-WbK fest, zu welchen Zeitpunkten und in welcher Form Leistungsrückmeldungen und eine Beratung im Sinne individueller Lern- und Förderempfehlungen erfolgen.

2.4 Lehr- und Lernmittel

Die Fachkonferenz erstellt eine Übersicht über die verbindlich eingeführten Lehr- und Lernmittel, ggf. mit Zuordnung zu Semesterstufen (ggf. mit Hinweisen zum Eigenanteil). Ergänzt wird die Übersicht durch eine Auswahl fakultativer Lehr- und Lernmittel (z. B. Fachzeitschriften, Sammlungen von Arbeitsblättern, Angebote im Internet) als Anregung zum Einsatz im Unterricht.

3 Entscheidungen zu fach- und unterrichtsübergreifenden Fragen

Die Fachkonferenz erstellt eine Übersicht über die Zusammenarbeit mit anderen Fächern, trifft fach- und aufgabenfeldbezogene sowie übergreifende Absprachen, z. B. zur Arbeitsteilung bei der Entwicklung crosscurricularer Kompetenzen (ggf. Methodentage, Projekttag, Facharbeitsvorbereitung, Schulprofil, etc.) und über eine Nutzung besonderer außerschulischer Lernorte.

Die Fachkonferenz Mathematik hat sich im Rahmen des Schulprogramms und in Absprache mit den betreffenden Fachkonferenzen auf folgende, zentrale Schwerpunkte geeinigt.

Zusammenarbeit mit anderen Fächern

Der Mathematikunterricht in der Oberstufe ist in vielen Fällen auf reale oder realitätsnahe Kontexte bezogen. Insbesondere erfolgt eine Kooperation mit den naturwissenschaftlichen Fächern auf der Ebene einzelner Kontexte. An den in den vorangegangenen Kapiteln ausgewiesenen Stellen wird das Vorwissen aus diesen Kontexten aufgegriffen und durch die mathematische Betrachtungsweise neu eingeordnet. Der besonderen Rolle der Mathematik in den Naturwissenschaften soll dadurch Rechnung getragen werden, dass eine Objektivierung durch eine Mathematisierung erfolgen kann. Die Zusammenarbeit mit der Fachkonferenz Physik wirkt sich insbesondere auf gemeinsam verwendete Schreibweisen, aber auch auf die Bereitstellung von Experimentiermaterial aus, z. B. im Unterrichtsvorhaben „Mathematik in 3D – Nutzung von Vektoren (Q-GK-G1 bzw. Q-LK-G1)“. Im Bereich der mathematischen Modellierung von Sachverhalten werden die naturwissenschaftlichen Modelle als Grundlage für sinnvolle Modellannahmen verdeutlicht. Insbesondere im Bereich „Wachstum und Zerfall“ werden die zugrundeliegenden physikalischen bzw. biologischen Modelle als Argumentationsgrundlage verwendet und durch mathematikhaltige Argumentationen auf ihre Gültigkeit hin überprüft.

Exkursionen

Da die Studierenden in der Regel bereits vielfältige Erfahrungen unter anderem aus der Berufswelt mitbringen, bietet es sich an, Exkursionen genau auf die Studierenden abzustimmen. Eine starke Anbindung an die Mathematik der Schule bieten z. B. die Computertomographie des nahegelegenen Krankenhauses, der Besuch einer Logistikzentrale aber auch viele kleinere und mittelständige Betriebe in der näheren Umgebung. Häufig können Kontakte zu den Firmen über die Studierenden hergestellt werden und die Unternehmen sowie deren Bezug zur Mathematik durch die Studierenden selbst vorgestellt werden.

4 Qualitätssicherung und Evaluation

Das schulinterne Curriculum stellt keine starre Größe dar, sondern ist als „lebendes Dokument“ zu betrachten. Dementsprechend sind die Inhalte stetig zu überprüfen, um ggf. Modifikationen vornehmen zu können. Die Fachkonferenz (als professionelle Lerngemeinschaft) trägt durch diesen Prozess zur Qualitätsentwicklung und damit zur Qualitätssicherung des Faches bei.

Durch Absprachen parallel unterrichtender Lehrkräfte, durch Diskussion der Aufgabenstellung von Klausuren in Fachdienstbesprechungen und eine regelmäßige Erörterung der Ergebnisse von Leistungsüberprüfungen wird ein hohes Maß an fachlicher Qualitätssicherung erreicht. Das schulinterne Curriculum (siehe 2.1) ist zunächst bis 2017 für den ersten Durchgang durch die zum Abitur führenden Bildungsgänge des Weiterbildungskollegs nach Erlass des Kernlehrplanes verbindlich. Jeweils vor Beginn eines neuen Schuljahres, d.h. erstmalig nach Ende der Einführungsphase im Sommer 2015, werden in einer Sitzung der Fachkonferenz für die nachfolgenden Jahrgänge zwingend erforderlich erscheinende Veränderungen diskutiert und ggf. beschlossen, um erkannten ungünstigen Entscheidungen schnellstmöglich entgegenwirken zu können.

Nach Abschluss der Einführungsphase 2015 sowie nach Abschluss des Abiturs 2017 wird eine Arbeitsgruppe aus den beteiligten Lehrkräften auf der Grundlage ihrer Unterrichtserfahrungen eine Sichtung der Einführungsphase beziehungsweise eine Gesamtsicht des schulinternen Curriculums vornehmen und eine Beschlussvorlage für die nächste Fachkonferenz erstellen.