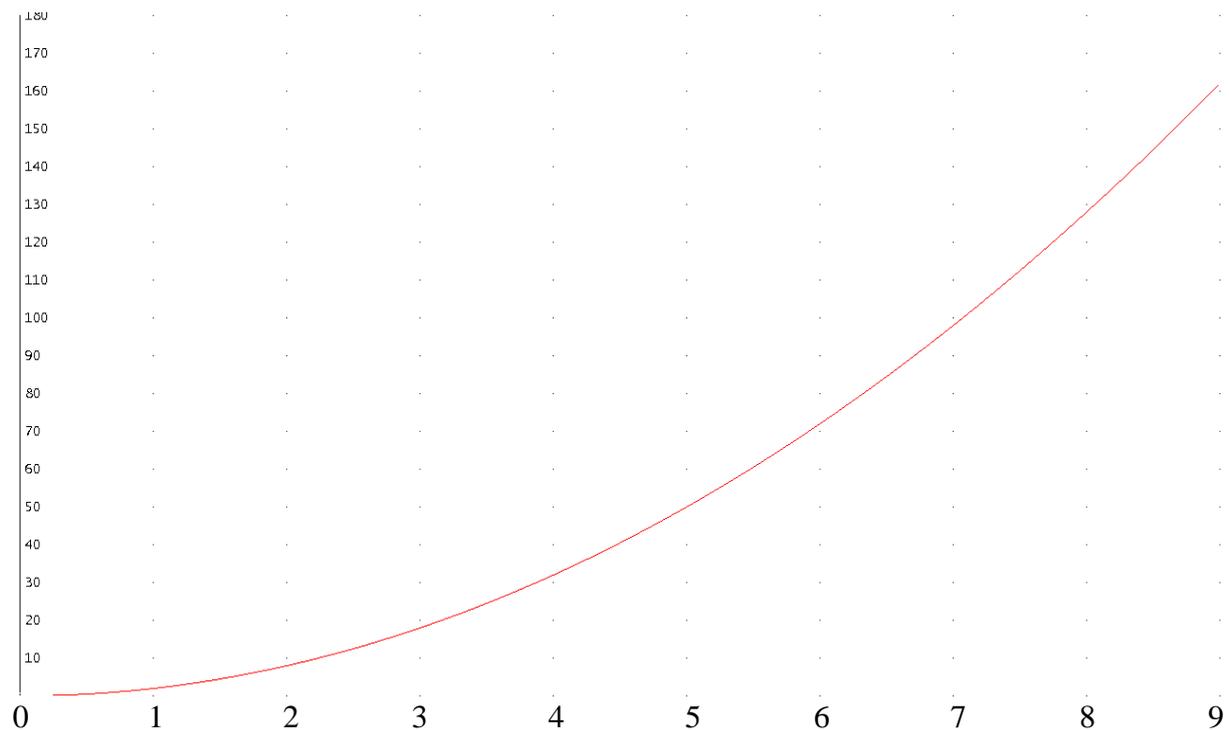


Der Autohersteller Beta-Julia hat die letzten Tests für seinen neuesten Typ durchgeführt; dabei ergaben sich folgende Werte beim Anfahren:



Hier die exakten Messwerte:

Zeit in sec	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Weg in m	0	2	8	18	32	50	72	98	128	162

Änderungs-
rate

**Der Konkurrent XY wirbt für den Vergleichstyp:
„Von 0 auf 100 km/h in 7,0 sec“.**

Arbeitsaufträge

1. Beschreiben Sie das vorliegende Material.
2. Formulieren Sie eine Frage-, bzw. Aufgabenstellung.
3. Entwickeln Sie Ideen zu ihrer Lösung.
4. Ermitteln Sie eine Funktionsgleichung für Beta-Julia.

5. Berechnen Sie die Durchschnittsgeschwindigkeit in der Umgebung von 7 Sekunden mit dem GTR, indem Sie folgende Funktionen benutzen:
 $s(x) := 2x^2$ (Zeit-Weg-Funktion für Beta-Julia) und
 $v(a,b) := \frac{s(b) - s(a)}{b - a}$ (Differenzenquotient für die Durchschnittsgeschwindigkeit).
 Setzen Sie für b den Wert 7 und für a verschiedene Werte in der Nähe von 7 ein, z.B. 6.5; 6.9; 6.99; 6.9999 und berechnen Sie $v(6,7)$; $v(6.5,7)$; $v(6.99,7)$ usw.
6. Welcher Wagen ist nach 7 Sekunden schneller? Begründen Sie Ihre Entscheidung.

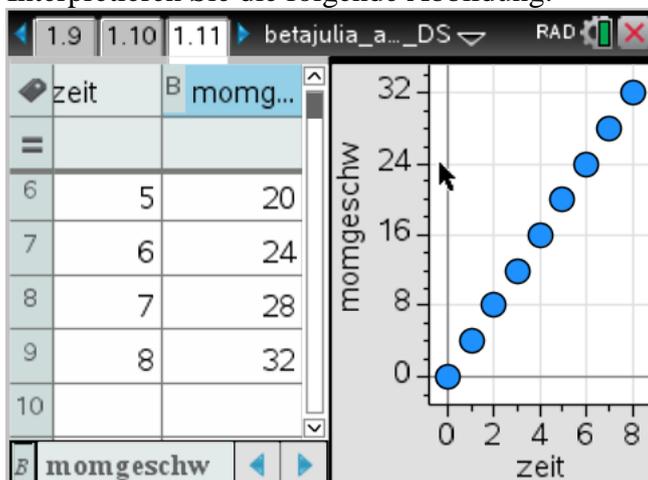
Zusatzüberlegungen:

7. Welche Bedeutung haben die berechneten Werte der Änderungsrate? Welche Werte ergeben sich, wenn man die Änderungen pro Zeiteinheit der Änderungsrate berechnet und was bedeutet dies?
8. Erläutern Sie das Ergebnis $v(7,7)$, das Ihnen Ihr GTR anzeigt .

weiterführende Überlegungen in Q-A1:

9. Sie haben sicher beobachtet, dass sich die Werte der Durchschnittsgeschwindigkeit immer mehr dem Wert 28 m/sec nähern, wenn das Zeitintervall um 7 Sekunden immer kleiner wird. Diese Annäherung an den Wert 7 Sekunden beschreibt man in der Mathematik mit $\lim_{t \rightarrow 7}$ (gelesen Limes t gegen 7, wobei Limes Grenzwert bedeutet). Dieser Prozess der Annäherung der Werte auf der x-Achse und der zugehörigen Funktionswerte des Differenzenquotienten $v(a,b)$, mit dem die Durchschnittsgeschwindigkeit ermittelt wird, ermöglicht die Definition der Momentangeschwindigkeit als Grenzwert der Durchschnittsgeschwindigkeiten. Nach 7 Sekunden hat Beta-Julia also die Momentangeschwindigkeit von 28 m/sec. Wie schnell ist Beta-Julia nach 10; 15; 20; 50 Sekunden? Berechnen Sie weitere Werte der Momentangeschwindigkeit und tragen Sie sie in ein Koordinatensystem ein.

10. Interpretieren Sie die folgende Abbildung:

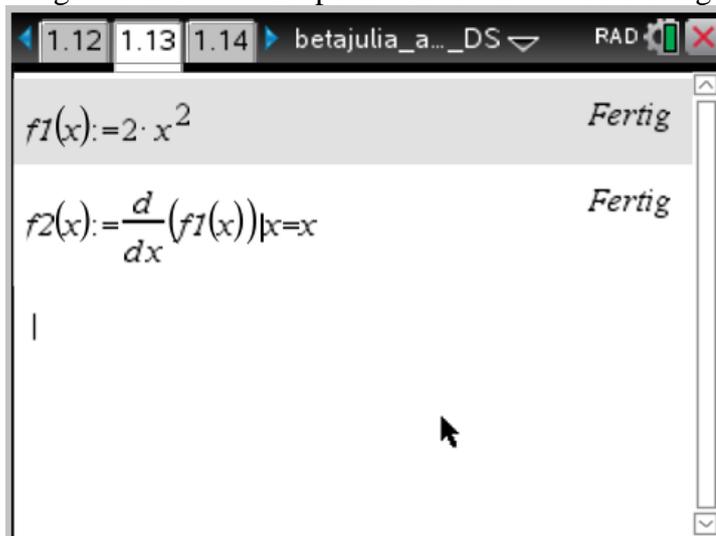


11. Geben wir der Funktion der Momentangeschwindigkeit den Namen f' (gelesen f Strich), dann machen wir kenntlich, dass sie zu einer gegebenen Funktion f (in diesem Fall $f(x) = 2x^2$) in Beziehung steht. Aus der obigen Wertetabelle oder aus dem Graphen können wir die Funktionsgleichung $f'(x) = 4x$ berechnen. Allgemein wird eine Funktion, die die Momentangeschwindigkeit einer gegebenen Zeit-Weg-Funktion f angibt, als Ableitungsfunktion f' bezeichnet.

Ein CAS kann den Graphen der Momentangeschwindigkeit f' zu einer Zeit-Weg-Funktion f mit $f(x) = 2x^2$ direkt zeichnen.

Beim GTR muss man Tricks anwenden. Beispielsweise lassen sich beim TI-Nspire die Graphen der Ableitungsfunktion f' zu einer gegebenen Funktion f zeichnen, indem der Differentialoperator d/dx auf eine Funktion und auf alle Werte $x=x$ angewendet wird.

Vergleichen Sie die Graphen von f_1 und der Ableitungsfunktion $f' = f_2(x)$.



Der Punkt $P(7; 28)$ liegt auf f_2 , also auf der Ableitungsfunktion von $f_1(x) = 2x^2 = s(t)$. Interpretieren Sie dies, indem Sie auch überlegen, was dies für f_1 bedeutet. Welche Zusammenhänge zwischen f_1 und f_2 bzw. f und f' erkennen Sie?