# E:\Schule\Origami\Flieger1.jpgOrigami und Mathematik

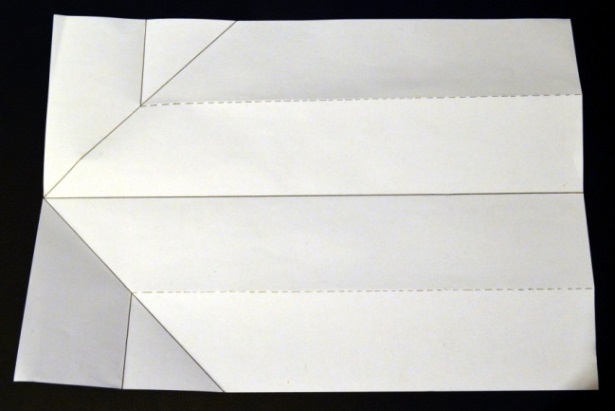
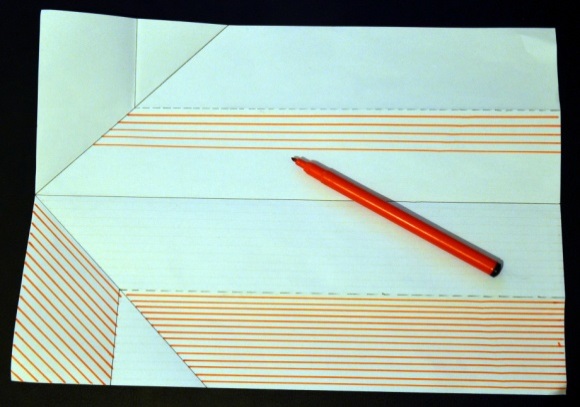
(Satz von Maekawa, Satz von Kawasaki)

Maike und Harald falten Papierflieger.

*Falte für die weitere Arbeit auch einen eigenen Papierflieger. Du könntest natürlich auch die Flieger von Maike und Harald nachbauen.*

1. Faltmuster färben

Harald schlägt Maike vor, die Papierflieger anschließend zu bemalen. Dazu falten sie die Flieger wieder auseinander und betrachten die Faltmuster, die das Papier in lauter vieleckige Bereiche einteilen.

Sie wollen möglichst wenige Farben verwenden und das Papier so einfärben, dass keine zwei Gebiete mit einer gemeinsamen Kante die gleiche Farbe bekommen.

Rechts hat Maike schon angefangen.

Nachdem sie ihr Papier bemalt hat, fällt Maike auf, dass sie gar nicht so viele Farben gebraucht hat.

*Zu welchem Ergebnis wird wohl Harald beim Bemalen seines Papierfliegers kommen? Setze Maikes Arbeit fort. Eine Malvorlage kannst du beim Lehrer bekommen.* *Probiere es aber auch bei deinem eigenen Flieger.*

Maike und Harald malen die Papierbögen auf der Vorder- und Rückseite nach den gleichen Regeln wie vorhin an. Die Papierränder werden dabei wie eine Faltkanten behandelt.

Nachdem die beiden fertig sind, falten sie die Bögen wieder zu Fliegern. „Kuck mal!“ sagt Maike und zeigt Harald ihren Flieger von beiden Seiten.

*Was bekommt Harald zu sehen? Macht er bei seinem Flieger die gleiche Beobachtung?*

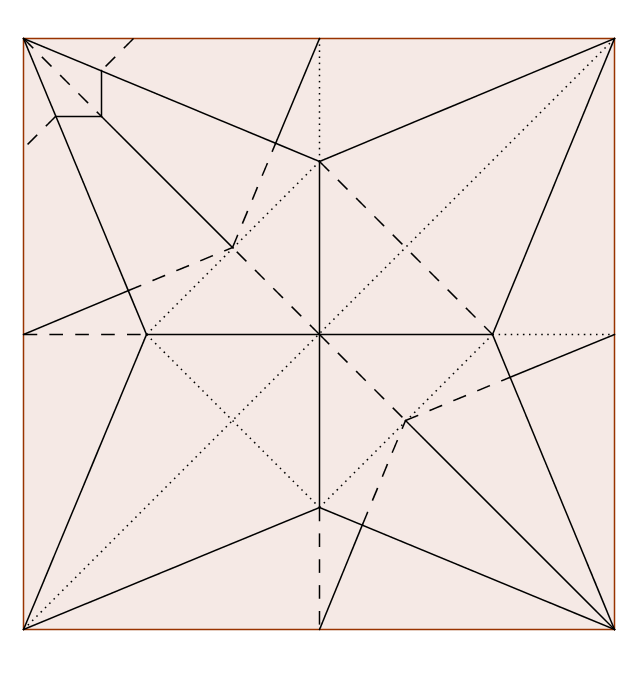
*Probiere es auch an deinem eigenen Flieger aus. Du kannst auch eine andere Papierfigur nehmen. Zum Beispiel diesen Kranich:*

Abbildung 1 – Faltmuster für den Kranich

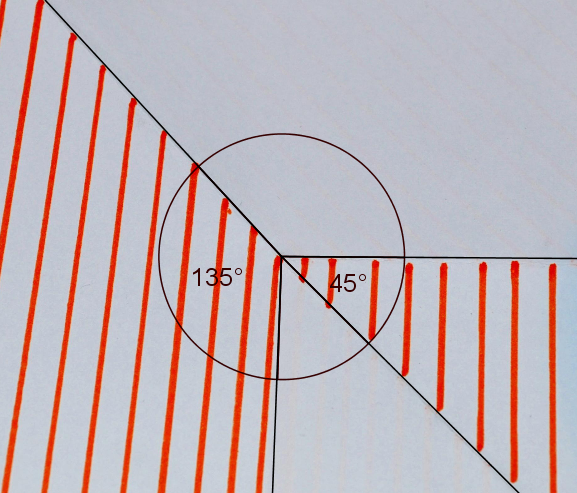
*Eine Faltanleitung für diesen Kranich kannst du wieder von deinem Lehrer bekommen.*

Die durchgezogenen Linien heißen *Bergfalten* und die gestrichelten *Talfalten*. Wenn man von oben auf das Faltmuster blickt, sehen sie tatsächlich wie Bergrücken und Täler aus. Auch in der zusammengefalteten Figur kann man meistens die Berg- und Talfalten auseinanderhalten.

Manchmal treten im Faltmuster aber auch Falten auf, die in der fertigen Figur flach oder beweglich sind. Zum Beispiel bei einem Papierkranich an den Flügeln oder wenn man eine Hilfsfalte gemacht hat. Diese Falten nennen wir ‚Scheinfalten‘. Im Faltmuster sind sie gepunktet eingezeichnet.

1. Winkel in Faltmustern

Als Harald seinen Flieger wieder öffnet, schaut er sich die Punkte an, an denen die Faltkanten zusammenstoßen. „Sieh mal! Wenn ich alle Winkel der einen Farbe zusammenzähle bekomme ich einen gestreckten Winkel.“



„Dann müsste es mit den Winkeln der anderen Farbe ja genauso sein,“ erwidert Maike skeptisch.

„Wieso?“ - „Na wenn du an einem Punkt alle Winkel zusammenzählst bekommst du doch einen Vollwinkel!“

„Ach so. Stimmt. Ich prüfe das aber lieber noch einmal mit meinem Geodreieck nach.“

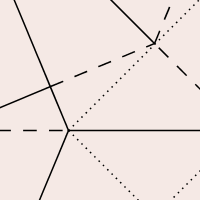
*Prüfe ebenfalls nach ob das, was Harald behauptet hat, stimmt. Du kannst auch wieder eine kompliziertere Figur (z.B. den Kranich) nehmen. Die Scheinfalten werden nicht berücksichtigt. Was musst du bei den Punkten am Papierrand und an den Ecken des Papiers beachten?*

1. Falten zählen

Maike und Harald haben ein Buch über Origami, die japanische Kunst des Papierfaltens, gefunden und falten nun weitere Figuren aus Papier. Sie bemalen sie dabei nach den gleichen Regeln wie vorhin und betrachten wieder die Faltmuster.

„Ist dir schon einmal aufgefallen, dass an den Ecken, wo sich die Falten treffen, immer unterschiedlich viele Berg- und Talfalten zusammentreffen?“

„Stimmt. Aber warte mal! Ich glaube, die Anzahl der Berg- und der Talfalten an einem Treffpunkt unterscheidet sich immer um den gleichen Wert!“

**

Gestrichelte Linie: Bergfalte; Durchgezogene Linie: Talfalte  
Gepunktete Linie: Scheinfalte

*Um welchen Wert unterscheidet sich die Anzahl der Berg- und Talfalten? Untersuche auch die Rolle der Scheinfalten und was an den Ecken und Rändern des Papierbogens gilt.*

1. Formen ausschneiden

Papier zum Falten ist meistens quadratisch oder im DIN-Format (A3, A4, A5). Man kann aus einem Bogen Papier aber auch andere regelmäßige Formen wie zum Beispiel gleichseitige Dreiecke oder Fünfecke erhalten. Natürlich könnte man einfach mit einer Schere drauf los schneiden. Aber wusstest du, dass es auch mit nur einem *einzigen* Schnitt möglich ist? Vorausgesetzt man kennt die richtige Falttechnik. Das ergibt originelle Formen für Grußkarten oder Briefe.

Gleichseitiges Dreieck (Ausgangsform: quadratisches Papier):

1. Falte das Papier einmal in der Mitte parallel zur Blattkante. Lege das Papier anschließend so, dass die Mittellinie waagerecht vor dir liegt.
2. Falte einen der oberen Eckpunkte des Papiers auf die Mittellinie, so dass die Faltkante durch einen der unteren Eckpunkt geht.
3. Quadrat: Mache des gleichen wie in Schritt 2 mit dem anderen oberen Eckpunkts.
4. Wenn Du das Papier jetzt auffaltest, hast du ein gleichseitiges Dreieck. Falte es entlang der Höhe und mache einen Schnitt entlang der jetzt übereinanderliegenden langen Faltkanten aus Schritt 2 und 3.

Regelmäßiges konvexes Fünfeck (Ausgangsform: quadratisches Papier):

1. Falte das Papier diagonal. Lege das entstandene Dreieck mit der langen Seite waagerecht vor dich. Die Spitze zeigt von dir weg.
2. Halbiere die linke kurze Seite durch eine Falte. Öffne die Falte danach wieder.
3. Falte die rechte untere Ecke auf den Mittelpunkt der linken Seite.
4. Von oben sieht die Figur nun wie ein Viereck aus, über das ein kleines Dreieck geklappt ist. Falte die rechte Kante des Vierecks/Dreiecks auf die linke Kante des kleinen Dreiecks. Die entstandene Falte halbiert also den unteren Winkel des kleinen Dreiecks.
5. Wende das gefaltete Papier um. Du hast nun ein großes Dreieck an dem hinten oben rechts ein kleines Dreieck absteht. Halbiere den unteren linken Winkel. Du erhältst ein Dreieck.
6. Wende das gefaltete Papier wieder um. Falte die oberste Falte auf. Das Papier sieht nun sehr unregelmäßig aus, aber die geöffnete Falte geht von oben nach unten durch die Figur durch. Falte die Senkrechte zu dieser Falte, die durch den rechten Eckpunkt geht.
7. Schneide das Papier entlang dieser letzten Falte und falte auf um ein regelmäßiges Fünfeck zu erhalten.

Ein verblüffendes mathematisches Resultat besagt, dass man *jede* Figur, die durch gerade Strecken begrenzt wird, aus einem einzigen Stück Papier erhalten kann, indem man es geeignet faltet und anschließend einen geraden Schnitt entlang einer Falte macht. Allerdings ist es bei komplizierten Figuren in der Regel nicht von vornherein klar, wie man sie falten muss, um den richtigen Schnitt machen zu können.