

Platonische Körper

**Zielsetzung des Moduls:**

Platonische Körper verallgemeinern den Begriff des ebenen regulären Vielecks auf den dreidimensionalen Raum. In dieser Einheit lernen die Schülerinnen und Schüler die Besonderheiten dieser Körper kennen, wie z. B. Symmetrieeigenschaften und Winkelzusammenhänge. Dazu wird neben kognitiven Betrachtungen auch zu händischem Arbeiten (zeichnen, konstruieren, bauen) angeregt.

Abbildung 1 - (Silanion kein Datum)

**Materialien/Quellen:**

Andreas Koepsell, Lernwerkstatt Mathematik - Unterrichtsbaustein Platonische Körper; In: <https://tinyurl.com/mafisus-platonisch>; (Abrufdatum 28.9.2017) oder

[http://www.fachmoderator-mathematik.de/fileadmin/Unterricht/Raum%20und%20Form/Platonische%20Koerper/Baustein\_Platonische\_Koerper.pdf](http://www.fachmoderator-mathematik.de/fileadmin/Unterricht/Raum%20und%20Form/Platonische%20Koerper/Baustein_Platonische_Koerper.pdf%20)

**Hinweise:**

Zum Thema existieren viele konkrete Unterrichtsvorschläge im Internet. Dieses Modul bezieht sich auf die Materialien, die auf der Seite <https://tinyurl.com/mafisus-platonisch>

veröffentlich worden sind, und macht einen Vorschlag, wie diese Materialien genutzt werden können, um damit zwei AG-Sitzungen zu gestalten. Aus diesem Paket wurde eine Auswahl getroffen. Die hier genannten Seitenzahlen beziehen sich jeweils auf das angegebene Originalmaterialpaket.

**Vorgehensweise:**

Es ist sinnvoll, mit der Betrachtung von regulären -Ecken zu beginnen, Seite 11 – 14.

* Was sind reguläre -Ecke?
* Winkelsumme im -Eck
* Beweis der Formel
* Experimente dazu mit dynamischer Geometriesoftware
* Konstruktion mit Zirkel und Lineal

Wenn das Modul „Sternpolygone“, das für das Halbjahr 7/1 vorgeschlagen wurde, bearbeitet worden ist, kann man sich hier kurzfassen. Insbesondere wurde dort auch die Konstruktion von regulären Polygonen durchgeführt.

**Ablauf:**

Schritt 1: Zunächst werden Platonische Körper gebaut.

* Es muss geklärt werden, was einen platonischen Körper ausmacht (Arbeitsblatt aus dem Material Seite 36 – 37).
* Die Definition „Alle Flächen sind reguläre Vielecke und in allen Ecken stoßen gleich viele Flächen aneinander“ muss dazu vorgegeben werden.

Alternativen zur Erstellung der Körper:

1. Wenn an der Schule ein Baukasten mit Steckelementen (z. B. Polydron, <http://www.polydron.com>) zur Verfügung steht, können die Schülerinnen und Schüler frei experimentieren. Sie werden nach einiger Zeit die fünf Platonischen Körper gefunden haben.
2. Es können Netze vorgegeben werden, aus denen die Schülerinnen und Schüler die Körper bauen. Kopiervorlagen finden sich auf Seite 32 – 35. Dort fehlt das Oktaeder. Ein geeigneter Bastelbogen für ein Oktaeder kann unter der Adresse

<https://www.cornelsen.de/fm/1272/9783060028863_073-1_Tetraeder_Oktaeder.pdf>

kostenlos geladen werden.

1. Aus gefalteten Papiermodulen zusammengesteckt (Material Seite 52 – 59).
2. Aus Holzstäbchen und Kügelchen zusammengesteckt (hierzu eignen sich hervorragend über Nacht in kaltem Wasser eingeweichte Erbsen, die mit Zahnstochern oder Spießen verbunden werden).
3. Fertige Platonische Körper werden präsentiert. Man kann dazu 4-, 6-, 8-, 12- und 20-seitige Würfel aus Experimentierkästen zur Stochastik verwenden.

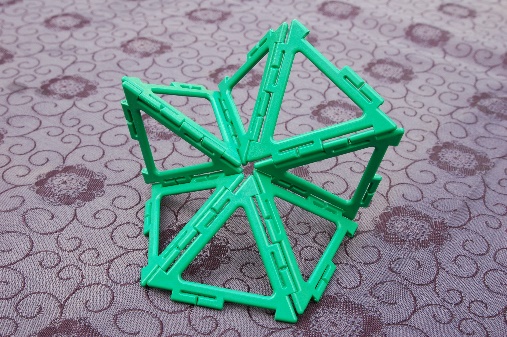
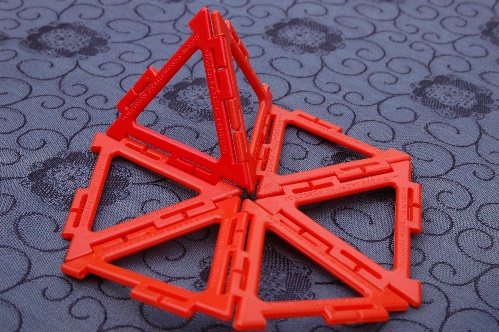


1. Steht ein 3D-Drucker zur Verfügung können die Körper auch selbst gedruckt werden (die .stl-Dateien können z. B. unter <https://www.thingiverse.com/thing:217189/#files> kostenfrei heruntergeladen werden oder selbst erstellt werden s. u.).

Schritt 2: Jetzt werden die Eigenschaften von platonischen Körpern untersucht.

* Durch Zählen der Flächen, Ecken und Kanten finden die Schülerinnen an den gebauten Körpern den Eulerschen Polyedersatz. (Seite 15). (Anzahl der Ecken , Anzahl der Kanten , Anzahl der Seitenflächen stehen im Zusammenhang ).
* Mit Steckelementen oder Netzausschnitten werden die Raumecken der platonischen Körper untersucht. Es können z. B. maximal 5 gleichseitige Dreiecke in einer Raumecke zusammenstoßen. Eine interessante Bastelidee, die auf die räumlichen Winkel eingeht, wird im Material auf den Seiten 16 – 17 beschrieben.
* Warum gibt es nur die fünf platonischen Körper (Tetraeder, Würfel, Oktaeder, Dodekaeder und Ikosaeder) und nicht unendlich viele? Gerade wenn die Schülerinnen und Schüler mit einem Stecksystem gearbeitet haben, haben sie die Erfahrung gemacht, dass nur ganz bestimmte Anzahlen von Vielecken in einer Ecke des Körpers zusammentreffen können. Über die Größe der Innenwinkel im -Eck lässt sich damit begründen, dass es nicht mehr als die fünf gefundenen Platonischen Körper geben kann (Seite 21).

An den Bilder kann man erkennen, dass in einer Ecke nicht sieben oder acht Dreiecke zusammenstoßen können, da sich in diesen Fällen kein konvexer Körper ergibt.



* Die Oberflächeninhalte und Rauminhalte der platonischen Körper können mit Formeln beschrieben werden, die nur von der Kantenlänge abhängig sind, dafür steht aber erst ab Klasse 8 die nötige Mathematik zur Verfügung.

Schritt 3: Fortsetzungsmöglichkeiten

* Das räumliche Vorstellungsvermögen der Schülerinnen und Schüler wird herausgefordert, wenn sie *selbständig* verschiedene Netze zu den Platonischen Körpern zeichnen. Für den Würfel sind häufig im Mathematikunterricht der Klassen 5 oder 6 systematisch alle möglichen Netze gezeichnet worden. Eine anspruchsvolle Aufgabe wird im Material auf Seite 19 vorgestellt. In dieser Aufgabe ist ein unvollständiges Netz eines Ikosaeders vorgegeben. Die Schülerinnen und Schüler sollen an den richtigen Positionen die fehlenden Dreiecke eintragen.  
  Eine ähnliche Aufgabe ist auf Seite 37, Aufgabe 3 zu finden.
* Das Auffalten eines Körpers zu einem Netz kann mit dem freien Programm PolyPro (<http://www.peda.com/polypro/>) sehr schön veranschaulicht werden. Es ist nett anzusehen, auch in der Animation. Wesentliche neue Erkenntnisse sind damit nicht zu gewinnen, da immer ein nicht veränderbares Netzt vorgegeben ist. Im Material wird das Programm insbesondere vorgeschlagen, wenn man von den Platonischen zu den Archimedischen Körpern übergehen will.
* Interessant sind die Anleitungen zum Zeichnen von Platonischen Körpern. Sie finden sich auf den Seiten 22 – 25, Schülerarbeitsblätter auf den Seiten 69 – 75.
* Die Zeichnung lassen sich auch mit einem DGS durchführen. Dargestellt sind ein Oktaeder und ein Ikosaeder, jeweils in einem Würfel. Die Bilder wurden mit GeoGebra in der 3-D-Ansicht erzeugt. In den Dateien „<Oktaeder.ggb>“ und „<Ikosaeder.ggb>“ findet man die Konstruktion.

Eine Anleitung zur Erstellung eines Ikosaeders mit GeoGebra findet man in den beigefügten Materialien ([Konstruktion eines Ikosaeders mit Geogebra.docx](Konstruktion%20eines%20Ikosaeders%20mit%20Geogebra.docx)).



