Bei den fünf Olympiadeaufgaben in diesem Modul müssen die Schülerinnen und Schüler durch systematisches Probieren Zahlen finden, die eine bestimmte Rechenaufgabe erfüllen. Die Kenntnis von Rechengesetzen und Eigenschaften von Zahlen müssen hier geschickt angewendet werden.

Ab der zweiten Olympiadeaufgabe gibt es immer mehr als eine Lösung für bestimmte Aufgabenteile. Die Frage, wann eine Aufgabe eindeutig lösbar ist und wann nicht, wird für leistungsstarke Schülerinnen und Schüler hier eine besondere Herausforderung sein.

Die erste und zweite Aufgabe sind von Schülerinnen und Schüler aller Leistungsniveaus in allen Teilen ohne Hilfe lösbar, leistungsstarke werden sich durch Schnelligkeit auszeichnen.

Die dritte und vierte Aufgabe haben immer Aufgabenteile, die ebenfalls von allen gelöst werden können.

Die fünfte Aufgabe erfordert Geschick, kann aber mit Geduld auch von allen gelöst werden.

# **Zeitlicher Umfang:**

Dieses Modul kann drei bis vier Doppelstunden in Anspruch nehmen, da ab der zweiten Aufgabe, die Mehrfachlösungen viel Gesprächsstoff bieten können.

Natürlich ist es möglich zwei Doppelstunden zu veranschlagen und aus den vier Aufgaben nach dem „warm up“, die beiden auszuwählen, die für die Lerngruppe den meisten Reiz bieten.

Olympiadeaufgabe 450421

**Aufgabe (Die Summe 100):**

Fünf Zahlen werden nach der Größe geordnet aufgeschrieben. Zwischen benachbarten Zahlen (nebeneinander stehenden) Zahlen besteht immer eine Differenz von 3. Die Summe aller Zahlen ist 100.

Welche Zahlen sind es und wie hast du sie gefunden?

**Lösungsvorschlag:**

Von Schülerinnen und Schülern der Jahrgangsstufe 5 ist ein systematisches Probieren als Lösungsansatz zu erwarten. 15 + 17 + 20 + 23 + 25 = 100

**Anmerkungen zur Aufgabe und zum Einsatz:**

Wie in Modul 1 müssen die Schülerinnen und Schüler zu einer vorgegeben Lösung eine Rechenaufgabe finden. Hier ist die Lösung gebunden an einen Zusammenhang der Lösungszahlen.

Systematisches Probieren führt zu der Lösung. Mit den Schülerinnen und Schülern kann besprochen werden, ob es günstige Startzahlen gibt, welche Startzahlen überhaupt in Frage kommen und welche sofort auszuschließen sind. Vorstellungen über den Zahlenraum bis 100 werden geschult.

Diese Aufgabe ist ein Einstieg in dieses Modul und kann wieder von jedem Schüler gelöst werden. Schnellrechner können aufgefordert werden ihr Vorgehen zu begründen.

# Olympiadeaufgabe 480511

**Aufgabe:**

Mit den drei Ziffern 1, 2, 3 kannst du, wenn du sie hintereinander legst, verschiedenen dreistellige Zahlen bilden.

1. Gib alle diese Zahlen an.
2. Fasse in einer Tabelle zusammen, durch welche der Zahlen von 2 bis 12 deine gefundenen Zahlen jeweils teilbar sind.

Jetzt sollst du überlegen, welche Zahlen entstehen können, wenn du je zwei verschiedene deiner gefundenen Zahlen addierst.

1. Gib die größte und die kleinste Summe an.
2. Findest du unter den Zahlen aus dem Aufgabenteil a) Paare, deren Summe eine Zahl ist, bei der alle Ziffern gleich sind?
3. Gibt es eine Summe, die durch 12 teilbar ist? Wenn du eine solche Summe findest, dann gib das Paar Zahlen an, aus der sie entstehen kann?

**Lösungsvorschlag:**

a) 123 132 213 231 312 321

b)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Zahl | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 123 |  | x |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 132 | x | x | X |  | x |  |  |  |  | x | x |
| 213 |  | x |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 231 |  | x |  |  |  | x |  |  |  | x |  |
| 312 | x | x | X |  | x |  | x |  |  |  | x |
| 321 |  | x |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

c) 312 + 321 = 633 ist die größte Summe. 123 + 132 = 255 ist die kleinste Summe.

d) 123 + 321 = 444 132 + 312 = 444 213 + 231 = 444

Dies sind alle Lösungen, da nur die 4 als gemeinsame Ziffer auftreten kann.

1. Zwei Zahlen sind durch zwölf teilbar, also auch ihre Summe: 132 + 312 = 444. Damit sind auch die in d) gefundenen Summen durch 12 teilbar.

Weitere Lösungen: 231 + 321 = 552 123 + 213 = 336

**Anmerkungen zur Aufgabe und zum Einsatz:**

Diese Aufgabe eignet sich für Schülerinnen und Schüler aller Leistungsniveaus. Leistungsstarke werden sich durch Schnelligkeit auszeichnen.

Olympiadeaufgabe 470621

**Aufgabe:**

1. Sven schreibt vier verschiedene Zahlen auf, die alle kleiner sind als 10. Wenn er das Produkt dieser vier Zahlen bildet, erhält er 420. Die Summe seiner Zahlen ist 20. Welche Zahlen hat Sven aufgeschrieben?
2. Inka und Daniel schreiben auch je vier verschiedene Zahlen auf (Achtung, Inka und Daniel kennen die Zahlen des anderen nicht), die auch alle kleiner als 10 sind. Daniel und Inka erhalten beide 120 als Produkt ihrer Zahlen, aber Daniels Summe seiner Zahlen ist größer als die von Inkas Summe. Welche Zahlen können die beiden jeweils aufgeschrieben haben? Gib alle Möglichkeiten an.

**Lösungsvorschlag:**

1. Da die Zahlen alle kleiner sind als 10, ergibt sich die 420 nur, wenn 2 und 5 zwei der Zahlen sind. 42 = 6 ⋅ 7 (einzige Möglichkeit bei Zahlen, die kleiner als 10 sind), 2 + 5 + 6 + 7 = 20.
2. Wieder gilt 120 = 2 ⋅ 5 ⋅12 (= 2 ⋅ 2 ⋅ 2 ⋅ 3 ⋅ 5).

12 = 2 ⋅ 6 = 3 ⋅ 4

2 + 3 + 4 + 6 = 15 und 2 + 3 + 4 + 5 = 14

Außerdem kann auch 1 als Faktor gewählt werden: 120 = 1 ⋅ 4 ⋅ 5 ⋅ 6 und

120 = 1 ⋅ 3 ⋅ 5 ⋅ 8.

1 + 4 + 5 + 6 = 16 1 + 3 + 5 + 8 = 17

Inka wählt 2, 3, 4 und 5, Daniel 2, 3, 5 und 6 oder

Inka wählt 2, 3, 4 und 5, Daniel 1, 4, 5 und 6 oder

Inka wählt 2, 3, 4 und 5, Daniel 1, 3, 5 und 8 oder

Inka wählt 2, 3, 5 und 6, Daniel 1, 4, 5 und 6 oder

Inka wählt 2, 3, 5 und 6, Daniel 1, 3, 5 und 8 oder

Inka wählt 1, 4, 5 und 6 , Daniel 1, 3, 5 und 8.

**Anmerkungen zur Aufgabe und zum Einsatz**:

Diese Aufgabe ermöglicht durch die beiden Aufgabenteile eine innere Differenzierung. Aufgabenteil a) ist für alle Schülerinnen und Schüler durch systematisches Probieren lösbar. Sollte die Teilbarkeitsregel für 10 nicht bekannt sein, kann sie hier sinnvoll thematisiert werden.

Aufgabenteil b) ist erheblich anspruchsvoller und lässt Schülerinnen und Schüler erkennen, dass es Aufgaben mit mehr als einer Lösung gibt. Die Lösungen mit dem Faktor „1“ müssen möglicherweise durch einen Hinweis hergeleitet werden. Hier lässt sich dann die Primfaktorzerlegung einer Zahl thematisieren, die dazu führt hier alle Lösungen zu finden.

Auch die Anteile an Kombinatorik in diesem Aufgabenteil bieten Gesprächsanlässe.

# Olympiadeaufgabe 350612

**Aufgabe:**

Ruth beschriftet sechs Kärtchen, jedes mit genau einer der Ziffern 1, 2, 4, 5, 7, 8, so dass jede dieser Ziffern auf genau einem Kärtchen steht.

1. Sie will die Kärtchen einmal so legen, dass eine Additionsaufgabe zweier dreistelliger Zahlen mit dem Ergebnis 702 entsteht:

+

702

Ein anderes Mal soll eine Additionsaufgabe dreier zweistelliger Zahlen mit dem Ergebnis 135 entstehen:

+

+

135

1. Nun sollen die Karten so gelegt werden, dass eine Additionsaufgabe zweier dreistelliger Zahlen mit einem möglichst großen **dreistelligen Ergebnis** entsteht. Gib eine Möglichkeit hierzu an! Wie lautet die möglichst große dreistellige Summe.

Ebenso soll mit den Kärtchen durch Addition dreier zweistelliger Zahlen eine möglichst große **zweistellige Summe** entstehen. Wie lautet diese Summe? Gib eine solche Addition an!

1. Schließlich sollen die Kärtchen so gelegt werden, dass durch die Addition zweier dreistelliger Zahlen eine überhaupt möglichst große Summe entsteht, wie lautet sie?

**Lösungsvorschlag:**

1. Systematisches Probieren ergibt:

4 + 8 = 12, 5 + 7 = 12, 1 + 9 = 1 + 2 + 7 = 1 + 4 + 5 = 1 + 1 + 8 =10

1 + 6 = 1 + 1 + 5 = 1 + 2 + 4 = 7

Also: 128 + 574 = 702 oder 215 + 487 = 702 sowie alle Permutationen der

jeweiligen Stellen.

Für die Endziffer 5 ergibt sich: 2 + 5 + 8 = 15.

1+ 4 + 8 = 1 + 5 + 7 = 13

Also: 12 + 45 + 78 = 135 und die entsprechenden Permutationen.

1. 875 + 124 = 999

14 + 27 + 58 = 99 und die entsprechenden Permutationen.

1. 852 + 741 = 1593 und die entsprechenden Permutationen.

**Anmerkungen zur Anwendung und zum Einsatz:**

Systematisches Probieren ermöglicht wieder allen Schülerinnen und Schülern eine der Lösungen zu finden. Leistungsstarke können alle Lösungen suchen und begründen, warum es nicht noch weitere Lösungen geben kann.

Olympiadeaufgabe 410511

**Aufgabe:**

Michael hat neun Karten mit den Ziffern 1 bis 9.

1. Er will die neun Karten so legen, dass die folgenden „Aufgaben“ alle dasselbe Ergebnis haben. Wie muss er die 9 Karten legen?

+ = ⋅ =

– = : =

1. Nun will er drei richtige Aufgaben mit den neun Karten legen – die Rechenzeichen kann er dabei frei wählen:

Ο = Ο = Ο =

1. Schließlich versucht er, alle neun Zahlenkarten in zwei richtigen Aufgaben unterzubringen. Er erlaubt sich dabei alle Rechenzeichen und Klammern.

Es gelingt ihm. Finde auch eine solche Lösung.

**Lösungsvorschlag:**

Bei allen Aufgaben führt systematisches Probieren zu Lösungen.

1. Als mögliche Lösung kann sich ergeben:

3 + 4 = 1 ⋅ 7 = 7; 9 – 2 = 56 : 8 = 7

1. Als mögliche Lösung kann sich ergeben:

8 – 7 = 1; 4 + 5 = 9; 6 : 3 = 2

1. Als mögliche Lösung kann sich ergeben:

8 : 4 + 1 = 3 und 6 : (5 – 2) + 7 = 9

**Anmerkungen zur Anwendung und zum Einsatz:**

Systematisches Probieren und die Kenntnis des kleinen Einmaleins ermöglichen ein erfolgreiches Lösen dieser Aufgabe. Die Diskussion über die Lösungsstrategie kann hier stundenfüllend sein.