Schokoladen-Zahlen auf der Insel Traqua

Die Bewohner von Traqua, einer kleinen malerischen Insel, nicht allzu weit entfernt, lieb­ten Schokolade über alles. Natürlich war es für sie immer wichtig, genau zu wissen, wie viel Schokoladenstückchen jeder hatte und vor allem, wer am meisten be­saß. Anfangs trafen sie sich immer in der Mitte eines jeden Monats und stapelten ihre Schokoladenstücke auf dem großen Marktplatz. Aber gerade in den Sommer­monaten waren viele Traquaner danach traurig, da ihre mühsam gesammel­ten Scho­ko­­ladenstückchen dann nicht mehr so schön aussahen und meist auch etwas ver­formt waren.

Um die Anzahl der Schokoladenstücke dennoch vergleichen zu können, ohne je­weils die Schokoladenstücke zum Marktplatz zu bringen, ent­stand im Laufe der Zeit ein recht merkwürdiges Zählsystem.



=X

Für **ein** einzelnes Stückchen Schokolade schreiben sie ein "**X**".

(Ursprünglich steht dieses Kreuz nur dafür, dass man ein einzelnes Stück markiert.)

Für **zwei** Stückchen Schokolade schreiben sie das Zeichen "**B**".

=B

(Man vermutet, dass man ursprünglich zwei kleine Stücke gezeichnet hatte und sich allmählich daraus dieses merkwürdige Zeichen entwickelt hat.)



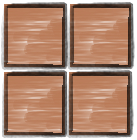
=L

Für **drei** Stückchen Schokolade schreiben sie das Zeichen "**L**".

(Hier sind sich die Wissenschaftler sehr sicher, dass dieses Zeichen für drei   
Stück Schokolade steht, die zu einem Haken zusammengelegt wurden.)

Damit die Traquaner auch mehr als drei Stückchen aufschreiben können, benötigen Sie ein Zeichen dafür, dass man **kein** Stückchen hat. Dazu schrei­ben sie "**0**". (Dieses Zeichen ähnelt erstaunlicherweise unserer Null. Ob dieses Zeichen ursprünglich ein Loch für das Nichts veranschaulichen sollte oder eine andere Bedeutung hatte, darüber existiert keine Klarheit.)

Wenn die Traquaner mehr als drei Stückchen zählen wollen, denken Sie sich folgen­des Verfahren:

****

* **Man kann vier Schokoladenstücke zu einem Quadrat legen. Dieses Quadrat ist eigentlich wieder ein großes Stück Schokolade.**
* **Um große Stückzahlen zu zählen, werden aus den kleinen Stücken möglichst viele Quadrate aus vier Stücken gelegt.**
* **Man schreibt zuerst die Anzahl der großen Stücke (die Quadrate aus vier einzelnen Stücken) und dahinter die Anzahl der kleinen Stücke.**

Die Zahl „**XL**“ steht also für **ein** Schokoladenquadrat, bestehend aus vier kleinen Stück­chen, und **drei** einzelne kleine Stücken - zusammen **sieben** Stückchen.

Die Zahl „**LX**“ hingegen, bedeutet, dass man **drei** Quadrate (jeweils vier Stückchen) und zusätzlich **ein** einzelnes Stück hat. Man hat also insgesamt **dreizehn** Schokoladenstücken.

**Schokoladenzahlen – Arbeitsblatt X (1)**

**Aufgabe 1 (X):**

Vervollständige die Tabelle:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Anzahl | Dezimalzahl | Schokoladenzahl |
| □ | 1 | X |
| □□ | 2 | B |
| □□□ | 3 | L |
| □□□□ | 4 |  |
| □□□□□ | 5 |  |
| □□□□□□ | 6 |  |
| □□□□□□□ | 7 | XL |
| □□□□□□□□ | 8 |  |
| □□□□□□□□□ | 9 |  |
| □□□□□□□□□□ | 10 |  |
| □□□□□□□□□□□ | 11 |  |
| □□□□□□□□□□□□ | 12 |  |
| □□□□□□□□□□□□□ | 13 | LX |
| □□□□□□□□□□□□□□ | 14 |  |
| □□□□□□□□□□□□□□□ | 15 |  |

**Aufgabe 2 (B):**

Für die nächste Zahl schreiben die Traquaner **„X00“** Überlege dir, was sich die Traquaner dabei gedacht haben könnten. Wie würdest Du dann die folgenden Zahlen mit Hilfe der Schokoladenzahlen schreiben?

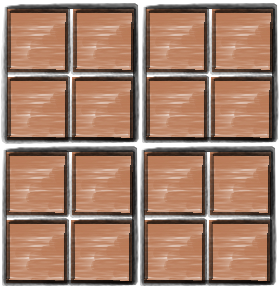
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Anzahl | Dezimalzahl | Schokoladenzahl |
| □□□□□□□□□□□□□□□□ | 16 | X00 |
| □□□□□□□□□□□□□□□□□ | 17 |  |
| □□□□□□□□□□□□□□□□□□ | 18 |  |
| □□□□□□□□□□□□□□□□□□□ | 19 |  |
| □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ | 20 |  |
| □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ | 21 |  |
| □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ | 22 |  |

**Schokoladenzahlen – Arbeitsblatt B (2)**

Vergleiche Deine Ergebnisse mit den folgenden Lösungen. Versuche die Lösung zu verstehen. Nutze die Möglichkeit auch mit anderen Schülern gemeinsam zu arbeiten. Du kannst auch Mitschüler fragen, die die Aufgabe richtig gelöst haben.

**Lösung zur Aufgabe X:**

Die Zahlen lauten: X; B; L; X0; XX; XB; XL; B0; BX; BB; BL; L0; LX; LB; LL



**Lösung zur Aufgabe B:**

Man hat jetzt 4 große Schokoladenquadrate (mit je vier Scho­ko­ladenstücken). Dafür gibt es noch keine Schreib­weise. Um weiter zu zählen kann man aber die vier großen Qua­drate zu einem noch größeren Quadrat (sechzehn Stücken) zusammen setzen. Dieses lässt sich dann als neue zusätzliche Stelle aufschreiben.

Es gilt also für sechzehn: „**X00**“: **ein** sehr großes Quadrat, **kein** Quadrat aus vier Stücken, **kein** einzelnes Stück

Die ausgefüllte Tabelle lautet:

**XXB** bedeutet:

**ein** sehr großes Quadrat, **ein** Quadrat aus vier Stücken, **zwei** einzelne Stücken zusammen somit: 16 + 4 + 2 = **22**Stücke

**BXL** bedeutet:

**zwei** sehr große Quadrate, **ein** Quadrat aus vier Stücken, **drei** einzelne Stücken zusammen somit: 32 + 4 + 3 = **39**Stücke

|  |  |
| --- | --- |
| Dezimalzahl | Schokoladenzahl |
| 16 | X00 |
| 17 | X0X |
| 18 | X0B |
| 19 | X0L |
| 20 | XX0 |
| 21 | XXX |
| 22 | XXB |

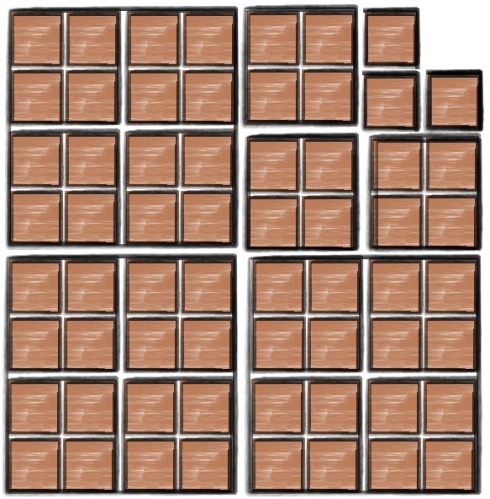
**Aufgabe L:**

Welche Stückzahl wird durch folgende Schreibweise notiert?

a) XLB; b) L0X c) B00 d) LXB

**Aufgabe X0:**

Notiere von BXB an die nächsten zwölf Schokoladenzahlen.

**Aufgabe XX:**

1. Wie heißt die größte dreistellige Schokoladenzahl? Wie findest du die Zahl rechts in der Zeichnung wieder?
2. Wie müsste man die nächste Zahl aufschreiben? Ergänze ein Schokostück in der Zeichnung. Ein Schü­ler meint, dass die Schoko-Anordnung wie ein Riesen-Schokoladenstück aussieht.
3. Welchen Wert haben die beiden Zahlen? Notiere im Dezimalsystem.
4. Die Schülerin Susi Summanda hat die Schoko­la­den­bilder der zwei Zahlen gesehen und möchte beide Zahlen addieren. Welche Schokoladenzahl kommt heraus?

**Schokoladenzahlen – Arbeitsblatt L (3)**

Vergleiche Deine Ergebnisse mit den folgenden Lösungen. Versuche die Lösung zu verstehen. Nutze die Möglichkeit auch mit anderen Schülern gemeinsam zu arbeiten. Du kannst auch Mitschüler fragen, die die Aufgabe richtig gelöst haben.

**Lösung zur Aufgabe L:**

a) XLB = 30; b) L0X = 49

c) B00 = 32; d) LXB = 54

**Lösung zur Aufgabe X0:**

Die nächsten zwölf Zahlen lauten:

BXL; BB0; BBX; BBB;

BBL; BL0; BLX; BLB;

BLL; L00; L0X; **L0B**

**Lösung zur Aufgabe XX:**

a) LLL

b) X000

c) LLL = 63; X000 = 64

d) XLLL

Vom Zählen und Ordnen

Die folgenden Aufgabentypen sind Dir von den Dezimalzahlen bekannt. Nutze dieses Wissen beim Lösen der Aufgaben.

**Aufgabe XB:**

Wie lauten die Nachfolger von:

a) BLX b) LBL c) B0L d) BLL

**Aufgabe XL:**

Schreibe in Form einer Ordnungskette: BX0; X0L; LXB; BXL; BLX; B0X

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| + | 0 | X | B | L |
| 0 |  |  |  |  |
| X |  |  |  |  |
| B |  | L |  |  |
| L |  |  |  |  |

**Aufgabe B0:** Berechne:

**Aufgabe BX**:

Zähle von BXLLBB beginnend die nächsten 12 Zahlen auf.

**Aufgabe BB:**

Schreibe in Form einer Ordnungskette:

LBXX0B; BX0XL0L; LBXLXB; BXL0XL; XB0XLBX; LB0X

**Schokoladenquadratzahlen – Arbeitsblatt X0 (4)**

Vergleiche Deine Ergebnisse mit den folgenden Lösungen. Versuche die Lösung zu verstehen. Nutze die Möglichkeit auch mit anderen Schülern gemeinsam zu arbeiten. Du kannst auch Mitschüler fragen, die die Aufgabe richtig gelöst haben.

**Lösung zur Aufgabe XB:**

a) BLB b) LL0 c) BX0 d) L00

**Lösung zur Aufgabe XL:**

X0L < B0X < BX0 < BXL < BLX < LBX

**Lösung zur Aufgabe B0:**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| + | 0 | X | B | L |
| 0 | 0 | X | B | L |
| X | X | B | L | X0 |
| B | B | L | X0 | XX |
| L | L | X0 | XX | XB |

**Lösung zur Aufgabe BX**:

Die nächsten zwölf Zahlen lauten:

BXLLBB

BXLLBL BXLLL0 BXLLLX BXLLLB

BXLLLL BB0000 BB000X BX000B

BX000L BB00X0 BB00XX BX00XB

**Lösung zur Aufgabe BB:**

LB0X < BXL0XL < LBXX0B < LBXLXB < XB0XLBX < BX0XL0L

Aus dem Dezimalsystem ist Dir bekannt, dass nach bestimmten Zahlen eine neue Stelle eingeführt wird. So folgt z.B. nach der größten fünfstelligen Dezimalzahl 99 999 die kleinste sechsstellige Dezimalzahl 100 000.

Die Zahlen 10; 100; 1 000; 10 000; …. werden als **Stufenzahlen** bezeichnet.

Stufenzahlen gibt es auch im Schokoladenquadratzahlensystem. Sie lauten (wie du vielleicht ahnst): **X0; X00; X000; X0000; X00000;** ….

**Aufgabe BL:** Ermittle die Vorgänger der Stufenzahlen und vervollständige die Tabelle. Gib auch die Stufenzahlen im Dezimalsystem an.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Vorgänger der Stufenzahl | **Stufenzahl** | Schreibweise der Stufenzahl im Dezimalsystem |
|  | **X0** |  |
|  | **X00** |  |
|  | **X000** |  |
|  | **X0000** |  |
|  | **X00000** |  |

**Schokoladenquadratzahlen – Arbeitsblatt XX (5)**

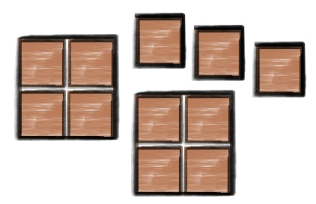
**Lösung zur Aufgabe BL:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Vorgänger der Stufenzahl | **Stufenzahl** | Schreibweise der Stufenzahl im Dezimalsystem |
| L | **X0** | **4** |
| LL | **X00** | **16** = 4·4 |
| LLL | **X000** | **64** = 4·4·4 |
| LLLL | **X0000** | **256** = 4·4·4·4 |
| LLLLL | **X00000** | **1024** = 4·4·4·4·4 |

|  |  |
| --- | --- |
| Name | Schokola­den­vorrat |
| Anna | BL |
| Nina | XBB |

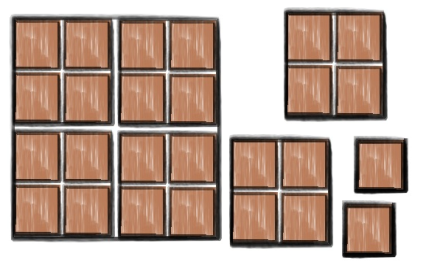
Mit Schokoladenzahlen kann man rechnen

Die Freundinnen Anna und Nina haben ihre Schokoladen-Vorräte als Schokoladenzahlen notiert:



Nun legen sie ihre Vorräte zu einem gemeinsamen Vorrat zusammen. Wie groß ist er? Schreibe das Ergebnis als Schokoladenzahl. Tipp: Nutze dazu auch die Ergebnisse vom Arbeitsblatts X0.

**Aufgabe L0:** Löse geschickt oder rechne aus.

****

1. L0B + L
2. BLLB + B
3. B0B+XX
4. X0X0+X0X
5. LXX + LX

**Aufgabe LX:**

|  |  |
| --- | --- |
|  | BLLB  Fred hat sich ein System überlegt, wie er Schokoladenzahlen schriftlich addieren kann. Erkläre, wie er vorgegangen ist. Vergleiche auch Freds Strategie mit der schriftlichen Addition von Dezimalzahlen. |
| + | B |
|  | xxx |
|  | L000 |

**Aufgabe LB:** Berechne schriftlich mit Freds Strategie.

1. XBX + XBX
2. BLXL + BXXB
3. LBX0 + BX0L

Überprüfe deine Ergebnisse, indem du alle Zahlen ins Dezimalsystem umwandelst und dann schriftlich addierst.

**Aufgabe LL:** Jetzt was für echte Rechenprofis!

1. Addiere schriftlich im Schokoladen-Zahlensystem BXBL00L + LLB0LXL + XX0XBX + L0B0XLB0
2. Apropos, Rechenprofi: Wie schreibt man eigentlich die Zahl 2000 im Schokoladen-Zahlensystem?

Multiplikation von Schokoladenzahlen

Jedes Jahr gibt es auf der Insel Traqua ein großes Volksfest – das Festivo Schoko­la­dio. Der Höhepunkt des Festivo Schokoladios ist das Legen eines großen Schoko­laden-Rechtecks. Dazu werden zwei Bürger von Traqua ausgewählt, die dem König von Traqua ihre Schokoladen-Vorräte präsentieren dürfen. Auf einer Bühne werden dann die Vorräte gezählt, danach wird auf Kosten des Königs ein Schoko­laden-Recht­eck gelegt, wobei die Sei­ten des Recht­ecks aus so vielen Schoko­stücken be­ste­hen, wie die die Schokoladen-Zahl der Bürger an­gibt.

Beispiel: In einem Jahr hatte ein Bürger L Stück Schokolade, ein anderer XX Stück. Der König spendiert also ein Schokoladen-Rechteck mit den Seitenlängen L und XX. Das sind insgesamt LL Schokoladenstücke.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | X | B | L |
| 0 |  | 0 |  |  |
| X |  |  |  |  |
| B |  |  |  |  |
| L |  |  | XB |  |

**Aufgabe X00:** Alle Schüler in Traqua lernen im Mathe­matikunterricht das kleine X-mal-X. Diese Rechen­kennt­nisse sind auf der Insel Traqua genauso wichtig wie in anderen Ländern das Einmaleins.

Berechne alle Aufgaben des kleinen X-mal-X und zeichne die entsprechenden Schokoladen-Rechtecke wie beim Festivo Schokoladio.

**Aufgabe X0X:** Multipliziere im Schokoladen-Zahlsystem

1. XBLX · X
2. XBLX · X0
3. XBLX · XX
4. XBLX · L
5. XBLX · BL

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| B | L | X | B |  | X | B | 0 | L |
|  |  |  |  |  | L | 0 | X | B |
| + |  |  |  | X | B | 0 | L |  |
| + |  | X | 0 | B | B | X |  |  |
| + |  | L | 0 | X | B |  |  |  |
|  | X | 0 | X | B | X | B | 0 | B |

**Aufgabe X0B:** Der Traquaner Schüler Tristan hat gelernt, wie man größere Schokoladenzahlen multi­pliziert. Erkläre, wie Tristan gerechnet hat. Vergleiche Tristans Strategie auch mit der schriftlichen Multiplikation von Dezimalzahlen.

**Aufgabe X0L:**

1. BLXB · X0B0 b) XXX XXX c) BL00X BBX