**Aufgabe 1 (530721):**

In der Klausur der 2. Stufe der Mathematik-Olympiade können maximal 40 Punkte erreicht werden. Paula ist an ihrem Ergebnis sehr interessiert und fragt ihren Mathematik-Lehrer. Dieser antwortet:

1. „Ein Teiler deiner Gesamtpunktzahl ist eine Mirpzahl“
2. „Wenn du die Quersumme deiner Gesamtpunktzahl verdoppelst und 7 addierst, erhältst du auch eine Mirpzahl.“

Zeige, dass aus diesen Angaben Paulas Gesamtpunktzahl eindeutig bestimmt werden kann, und gib diese Gesamtpunktzahl an.

Hinweis: Eine Mirpzahl ist eine Primzahl, die eine andere Primzahl ergibt, wenn man die Ziffern von rechts nach links liest. Folglich ist 13 die erste Mirpzahl. Liest man das Wort „mirp“ von rechts nach links, so erhält man das Wort „prim“. Im Englischen heißen solche Zahlen „emirp“, da das englische Wort für „prim“ das Wort „prime“ ist.

**Aufgabe 2 (400814):**

1. Sven hat ein schlechtes Gedächtnis und kennt die Folge der Primzahlen nur bis zur Primzahl 31 auswendig. Er soll die Zahl 813841 in Primfaktoren zerlegen. Dazu steht ihm zwar ein Taschenrechner, aber keine Primzahltafel zur Verfügung. Erkläre, wie Sven die gestellte Aufgabe lösen kann.
2. Sven hat am Lösen solcher Aufgaben Spaß gefunden. Er zerlegt die 813813, die 841841 und weitere sechsstellige Zahlen des Typs in Primfaktoren. Dabei kommt er zu einer Vermutung über Primzahlen, die Teiler von Zahlen dieses Typs sind. Formuliere eine solche Vermutung.
3. Beweise deine Vermutung.
4. Untersuche entsprechende Primzahl-Aussagen zu anderen speziellen Typen sechsstelliger Zahlen, etwa Zahlen des Typs , , .

**Aufgabe 3 (510835):**

Ermittle alle geordneten Tripel von Primzahlen , und , welche die Gleichung   
 erfüllen und für die gilt .

**Aufgabe 4 (400735 / 350835):**

Zwei Primzahlen und heißen Primzahlzwillinge, wenn für sie gilt. Es seien und Primzahlzwillinge, und es gelte .

1. Gib mindestens drei Primzahlzwillinge an.
2. Überprüfe an den Beispielen aus Teil (1), dass die Summe aus den Primzahlzwillingen und der Zahl, die zwischen ihnen steht, durch 18 teilbar ist.
3. Beweise, dass die Summe aus , und der Zahl, die zwischen ihnen steht, stets durch 18 teilbar ist.
4. Beweise, dass das Produkt von und vergrößert um 1 durch 18 teilbar ist.

**Aufgabe 5 (370841):**

Ermittle alle Primzahlen für die folgende Bedingungen gelten

**Aufgabe 6 (540812):**

Ermittle alle Zahlen, welche die folgenden Bedingungen erfüllen:

1. Die Zahl ist eine dreistellige Primzahl.
2. Die erste Ziffer stimmt mit der letzten überein.
3. Die Quersumme der Zahl beträgt 19