Teilbarkeitsregel für 11

In der Aufgabe 510814 wird die Teilbarkeitsregel für 11 benötigt. Sie lautet

Eine Zahl ist genau dann durch 11 teilbar, wenn die alternierende Quersumme dieser Zahl durch 11 teilbar ist.

Bei einer alternierenden Quersumme werden die Ziffern der Zahl abwechselnd addiert und subtrahiert. Zu beachten ist, dass vor der Einerziffer ein Pluszeichen steht.

**Beispiele:**

Die Zahl 29678 hat die alternierende Quersumme  2 – 9 + 6 – 7 + 8 = 0.

Die Zahl 329163 hat die alternierende Quersumme -3 + 2 – 9 + 1 – 6 + 3 = -9.

**Übungsaufgabe:**

Prüfe durch Anwendung der Teilbarkeitsregel, welche der Zahlen durch 11 teilbar sind:

131175, 1266963, 750849, 4641802, 603821

**Beweis der Teilbarkeitsregel:**

Wenn die zu überprüfenden -stellige Zahl die Zifferndarstellung hat, kann sie geschrieben werden als .

Beispiel: Die 5-stellige Zahl 36525kann man schreiben als .

Betrachtet werden nun zunächst Zahlen mit einer ungeraden Stellenanzahl. Dann ist eine gerade Zahl.

Zunächst wird der Fall untersucht. Es geht also um dreistellige Zahlen. Dieser Fall zeigt das Beweisprinzip. Es geht immer darum, die einzelnen Summanden geschickt aufzuschreiben, wenn das auch auf den ersten Blick aussieht, als würde es komplizierter.

wird nicht verändert;

wird geschrieben als ;

wird geschrieben als .

Bildet man nun die Summe, so erhält man

.

Daher ist genau dann durch 11 teilbar, wenn durch 11 teilbar ist.

Das lässt sich nun für größere Stellenzahlen fortsetzen:

Ist nun ungerade, also eine Zahl mit einer geraden Stellenanzahl, so muss bei Bildung der alternierenden Quersummen mit einem Minus-Zeichen begonnen werden. Auch in diesem Fall lasst sich die Zahl geschickt umschreiben:

.

Da auch hier die ersten Summanden alle durch 11 teilbar sind, kommt es nur auf die letzten Summanden an.