##### Vorbemerkungen zum Modul

Das vorliegende Modul bietet einen Anschluss an das Modul „Wer ist wer“ aus dem ersten Halbjahr von Klasse 5. Die Aufgaben sind jetzt jedoch deutlich schwieriger, da immer auch unwahre Hinweise enthalten sind. Es ist jedoch nicht vorgegeben, welche der Aussagen wahr und welche unwahr sind. Wichtige Strategie ist bei allen Aufgaben die vollständige Fallunterscheidung. Wenn die Teilnehmerinnen und Teilnehmer diese Strategie bereits kennengelernt haben, haben sie einen einfacheren Einstieg. Im anderen Fall werden sie die Strategie im Laufe des Moduls kennenlernen, benötigen aber Hilfe.

Ein besonderes Merkmal dieser Art von Aufgaben besteht darin, dass es eine, mehrere oder auch gar keine Lösung geben kann.

Olympiadeaufgabe 370614

Es handelt sich um eine einfache Einstiegsaufgabe. Beide Aussagen der Tiere lassen zwei Möglichkeiten für den Wochentag zu. Aus der Kombination ergibt sich die eindeutige Lösung.

**Aufgabe:**

Viele kennen die Geschichte von Alice im Wunderland. Im Wald des Vergessens trifft sie den Löwen und das Einhorn. Beide haben eine merkwürdige Eigenschaft:

1. Der Löwe lügt montags, dienstags und mittwochs und spricht an den anderen Tagen die Wahrheit.
2. Das Einhorn lügt donnerstags, freitags und samstags und sagt an den anderen Tagen die Wahrheit.

Als Alice nach dem Wochentag fragt, bekommt sie folgende Antworten:

Löwe: „Gestern war einer meiner Lügentage.“

Einhorn: „Auch bei mir war gestern ein Lügentag.“

An welchem Tag hat Alice die beiden gefragt?

**Lösungshinweis:**

Jeder Tag kann Lügentag (L) oder Wahrheitstag (W) sein. Daher gibt es vier Kombinationen für aufeinanderfolgende Tage:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Vortag | Tag |  |
| W | W | Das Tier würde wahrheitsgemäß sagen: „Gestern war ein Wahrheitstag.“ |
| W | L | Das Tier würde lügen und sagen: „Gestern war ein Lügentag.“ |
| L | W | Das Tier würde wahrheitsgemäß sagen: „Gestern war ein Lügentag.“ |
| L | L | Das Tier würde lügen und sagen: „Gestern war ein Wahrheitstag.“ |

Daher ist die Aussage „Gestern war ein Lügentag“ nur bei einer der Kombinationen W – L oder L – W möglich, also genau dann, wenn die Art des Tages gewechselt hat.

Der Löwe kann seine Antwort somit nur am Montag oder am Donnerstag gegeben haben, das Einhorn nur am Donnerstag oder am Sonntag.

**Also hat Alice am Donnerstag gefragt**.

**Anmerkungen zur Aufgabe und zum Einsatz:**

Manchmal wird bei dieser Aufgabe von Schülerinnen oder Schülern die richtige Lösung erraten, und es wird nachgewiesen, dass am Donnerstag die Antworten der beiden Tiere möglich sind. Damit ist jedoch nicht klar, dass dieser Tag der einzig mögliche ist. Als Alternative zum Lösungshinweis können auch die anderen Tage der Reihe nach durchprobiert werden.

Die umgekehrte Aufgabe, bei der nach der Antwort eines Tieres an einem bestimmten Wochentag gefragt ist, ist für die Schülerinnen und Schüler deutlich einfacher zu lösen. Dazu steht die Hilfekarte „[Logikaufgaben\_mit\_unwahren\_Hinweisen\_370614\_Hilfe.docx](Logikaufgaben_mit_unwahren_Angaben_370614_Hilfe.docx)“ zur Verfügung.

**Mögliche Erweiterungen der Aufgabe:**

Den Schülerinnen und Schülern können weitere Aussagen der Tiere gegeben werden, aus denen sie den Wochentag ermitteln sollen. Dabei empfiehlt es sich, auch mehrdeutige oder unmögliche Aussagen anzubieten.

Einige Beispiele sind angegeben:

Der Löwe sagt: „Heute sage ich die Wahrheit.“ Wann ist das möglich?

Das Einhorn sagt: „Heute lüge ich.“ Wann ist das möglich?

Schülerinnen und Schüler können eigene Aussagen oder Aussagekombinationen formulieren. Dabei versuchen sie, eindeutig lösbare Kombinationen zu finden oder auch unlösbare.

Olympiadeaufgabe 450632

Bei dieser Aufgabe ist keine Kombination von Aussagen erforderlich. Es reicht, wenn eine Fallunterscheidung (2 Fälle) für eine der Aussagen durchgeführt wird. Die dabei erforderliche Formulierung der Verneinung eines Aussageteiles ist kein großes Problem. Nach der Fallunterscheidung können die weiteren Ergebnisse auf direktem Weg gewonnen werden.

**Aufgabe:**

Rubin, Sarah, Omar und Viola malen im Kunstunterricht eine Wand mit gelber Farbe an. Plötzlich wird der Farbeimer (von einem der vier) umgestoßen, und die Farbe breitet sich im ganzen Kunstraum aus. Wer war es nun?

1. Rubin sagt: „Sarah hat die Farbe verschüttet. Ich war es nicht!“
2. Daraufhin sagt Sarah: „Omar hat es getan; Rubin war es wirklich nicht.“
3. Omar meint: „Sarah war es nicht; ich habe die Farbe umgestoßen.“
4. Viola sagt: „Omar war es nicht, aber Rubin hat die Farbe umgekippt.“

Bei jedem Schüler ist eine der Aussagen wahr und eine falsch. Wer war es denn nun?

**Lösungshinweis:**

Die Unterscheidung der beiden Möglichkeiten der Aussage von Rubin führt zum Ziel und liefert direkt Informationen über zwei der Kinder. Das ist bei keiner der drei anderen Aussagen der Fall. Daher ist es eine große Hilfe, dass diese Aussage an der ersten Stelle genannt wird.

Es kann sein, dass der erste Teil von (1) wahr ist und der zweite falsch oder umgekehrt. Die beiden Möglichkeiten werden nacheinander untersucht.

Wenn der erste Teil von (1) wahr ist, dann hat Sarah die Farbe verschüttet. Dann muss aber der zweite Teil der Aussage falsch sein. Das heißt „Ich war es nicht“ ist gelogen. Das wiederum bedeutet, dass Rubin die Farbe verschüttet hat. Das geht aber nicht, da dann sowohl Sarah als auch Rubin es getan haben.

Deshalb kann der erste Teil von (1) nicht wahr sein. Also hat Sarah die Farbe nicht verschüttet, und Rubin hat es auch nicht getan, da der zweite Teil von (1) wahr sein muss.

In (3) ist dann der erste Teil wahr und der zweite falsch, also hat Omar den Eimer nicht umgestoßen. Damit ist von drei Kindern bekannt, dass sie es nicht getan haben. **Es bleibt nur noch Viola übrig**, die den Eimer verschüttet hat.

Es könnte jedoch sein, dass die vier Aussagen zu einer unlösbaren Kombination gehören, so dass die in der Lösung nicht verwendeten Aussagen zu einem Widerspruch führen. Es ist daher zu prüfen, ob jetzt auch wirklich von jeder Aussage ein Teil wahr und einer falsch ist.

1. Teil 1 falsch, Teil 2 wahr
2. Teil 1 falsch, Teil 2 wahr
3. Teil 1 wahr, Teil 2 falsch
4. Teil 1 wahr, Teil 2 falsch

Damit handelt es sich wirklich um eine Lösung.

Denkbar sind auch Lösungswege, die andere der Aussagen benutzen. Nach der Analyse von (1) führt auch (2) zu der Aussage, dass Omar es nicht getan hat.

Findet man in der Analyse von (1) nur heraus, dass Sarah die Farbe nicht verschüttet hat, und erkennt die Aussage über Rubin nicht, liefert (3) noch immer die Information, dass es Omar nicht war. Aus (4) ergibt sich dann, dass es Rubin auch nicht war.

**Anmerkungen zur Aufgabe und zum Einsatz:**

Wenn Schülerinnen und Schüler keinen Ansatzpunkt finden, können sie mit gestuften Hilfen auf die Fallunterscheidung bei der Aussage (1) hingewiesen werden. Dazu stehen in der Datei „[Logikaufgaben\_mit\_unwahren\_Hinweisen\_350632\_Hilfe.docx](Logikaufgaben_mit_unwahren_Angaben_450632_Hilfe.docx)“ zwei Hilfekarten zur Verfügung.

Wichtig ist bei der Besprechung, dass die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit der Probe einsehen. Dazu kann eine der nicht benutzen Aufgaben umformuliert werden. Bei dem vorgestellten Lösungsweg könnte zum Beispiel die Aussage (4) ersetzt werden durch

(4‘) Omar war es nicht, Rubin war es auch nicht.

In diesem Fall sind von (4‘) beide Teile wahr, was dem letzten Satz der Aufgabenstellung widerspricht. Trotzdem ergibt die Analyse der Aussagen (1) und (3) das gleiche Ergebnis wie oben angegeben.

**Mögliche Erweiterungen der Aufgabe:**

Bei der Lösung der Aufgabe stellt man fest, dass man nicht alle vier Aussagen benutzen muss. Schülerinnen und Schüler, die sehr schnell mit der Bearbeitung fertig sind, können versuchen, mit möglichst wenigen Aussagen auszukommen, so dass die Aufgabe weiterhin die gleiche Lösung hat.

Olympiadeaufgabe 490622

Bei dieser Aufgabe wird erstmalig eine Fallunterscheidung benötigt, die alle Aussagen umfasst. Außerdem müssen die Verneinungen von Aussagen formuliert werden.

Der Aufgabenteil a) lenkt die Aufmerksamkeit der Schülerinnen und Schüler noch einmal darauf, dass Aufgaben nicht immer eindeutig lösbar sein müssen. Das wurde in dem Modul „Wer ist wer?“ aus der Klasse 5/I bereits thematisiert.

**Aufgabe:**

Barbara ist Kandidatin in einer mathematischen Quizshow und hat bis jetzt alle Aufgaben richtig gelöst. Sie steht noch vor dem Hauptpreis, der sich in einem von vier Umschlägen befindet. Der Quizmaster gibt ihr drei Hinweise, von denen genau zwei falsch sind:

1. Der Hauptpreis befindet sich im dritten oder im vierten Umschlag.
2. Der Hauptpreis befindet sich im zweiten Umschlag.
3. Der Hauptpreis befindet sich nicht im vierten Umschlag.
4. Barbara überlegt eine Weile und sagt dann: „Damit ist immer noch nicht klar, in welchem Umschlag der Hauptpreis steckt, es sind noch zwei Umschläge möglich.“ Ermittle diese beiden Umschläge.
5. „Gut“, sagt der Quizmaster, „dann gebe ich dir noch einen vierten Hinweis, aber ich sage dir, dass von allen vier Hinweisen nur genau einer stimmt.
6. Der Hauptpreis befindet sich im ersten oder im zweiten Umschlag.“

Barbara öffnet sofort den Umschlag mit dem Hauptpreis. Welchen Umschlag hat sie geöffnet und warum?

**Lösungshinweis:**

Der Reihe nach wird ausprobiert, welche Aussage richtig sein kann. Die Aussagen werden in jedem der Fälle so umformuliert, dass sich ein Satz von wahren Aussagen ergibt.

Wenn (1) richtig ist, dann sind (2) und (3) falsch. Richtige Aussagen sind dann

1. Der Preis ist im dritten oder vierten Umschlag.

(2‘) Er ist nicht im zweiten Umschlag.

(3‘) Er ist im vierten Umschlag.

In diesem Fall ist der Preis im vierten Umschlag.

Wenn (2) richtig ist, dann sind (1) und (3) falsch. Richtige Aussagen sind dann

(1‘) Der Preis ist im ersten oder im zweiten Umschlag.

1. Der Preis ist im zweiten Umschlag.

(3‘) Der Preis ist im vierten Umschlag.

Die Aussagen (2) und (3‘) widersprechen sich. Deshalb kann (2) nicht richtig sein.

Wenn (3) richtig ist, sind (1) und (2) falsch. Richtige Aussagen sind dann

(1‘) Der Preis ist im ersten oder zweiten Umschlag.

(2‘) Der Preis ist nicht im zweiten Umschlag.

1. Der Preis ist nicht im vierten Umschlag.

In diesem Fall ist der Preis im ersten Umschlag.

**Da Barbara nicht weiß, welche der Aussagen falsch sind, sind die Umschläge 1 oder 4 möglich**.

Da bereits bekannt ist, dass von den Aussagen (1) bis (3) genau eine richtig ist, muss die zusätzliche Aussage (4) falsch sein. Richtig ist daher die Aussage

(4‘) Der Preis ist im dritten oder im vierten Umschlag.

**Damit weiß Barbara, dass der Preis im vierten Umschlag ist**.

**Anmerkungen zur Aufgabe und zum Einsatz:**

Auch zu dieser Aufgabe stehen Hilfen in der Datei „[Logikaufgaben\_mit\_unwahren\_Hinweisen\_490622\_Hilfe.docx](Logikaufgaben_mit_unwahren_Angaben_490622_Hilfe.docx)“ für die Schülerinnen und Schüler zur Verfügung.

Olympiadeaufgabe 490635

Bei dieser Aufgabe sind nicht nur die Aussagen der drei beteiligten Mädchen zu untersuchen. Auch die Hinweise aus dem Vortext der Aufgaben sind lösungsrelevant.

**Aufgabe**

Henriette, Kathrin und Isabel sind in einer Klasse. Von den vier Fächern Physik, Geschichte, Biologie und Mathematik hat jede von ihnen zwei Lieblingsfächer. Für eins dieser Fächer schwärmen alle drei, dies ist aber nicht Geschichte. Die zweiten Lieblingsfächer der Mädchen sind jeweils unterschiedlich. Die Mädchen machen folgende Aussagen, von denen immer eine wahr und die andere falsch ist:

1. Henriette: (a) Wir mögen alle Mathematik.

(b) Kathrin mag Geschichte.

1. Kathrin: (a) Wir sind alle Bio-Fans.

(b) Henriettes Lieblingsfach ist Physik.

1. Isabel: (a) Wir sind alle von Physik begeistert.

(b) Kathrin hat Geschichte als Lieblingsfach.

1. Welches Lieblingsfach haben die drei Mädchen gemeinsam?
2. Welches zweite Lieblingsfach hat jedes Mädchen?

**Lösungshinweise**

Zunächst wird durch eine Fallunterscheidung untersucht, welche der beiden Aussagen von Henriette wahr ist.

Wenn (1)(a) wahr ist, dann ist (1)(b) falsch. Damit ist auch die identische Aussage (3)(b) falsch.

Deshalb muss (3)(a) wahr sein.

Dann wären jedoch Mathematik und Physik für alle drei Mädchen Lieblingsfächer. Aber nur ein Fach ist gemeinsames Lieblingsfach.

**Somit ist Biologie das gemeinsame Lieblingsfach**, da Geschichte im Vortext bereits als gemeinsames Lieblingsfach ausgeschlossen wurde.

Zum gleichen Ergebnis kommt man, wenn man mit der Analyse der Aussage von Isabel beginnt.

Daher ist (2)(a) wahr und folglich sind (1)(a), 2(b) und (3)(a) falsch, also hat Kathrin Geschichte als zweites Lieblingsfach.

Henriette hat nicht Physik als Lieblingsfach, da (2)(b) falsch ist. Für sie bleibt nur noch Mathematik übrig.

Somit ist Physik das Lieblingsfach von Isabel.

**Insgesamt ergeben sich die zweiten Lieblingsfächer:**

**Henriette - Mathematik**

**Kathrin - Geschichte**

**Isabel - Physik**

Es ist schwierig, bei dieser Lösung zu überblicken, ob jetzt wirklich alle Aussagen erfüllt sind. Daher ist eine Probe angebracht.

Man kann jedoch auch argumentieren, dass im Vortext vorgegeben wird, dass eine Lösung existiert.

Olympiadeaufgabe 460524

Jede Aussage in dieser Aufgabe besteht wieder aus zwei Teilen. Jedoch ist hier nicht mehr genau eine der Teilaussagen wahr und die andere falsch.

**Aufgabe**

Von sechs Schülerinnen, die an der zweiten Stufe der Mathematik-Olympiade teilgenommen haben, haben genau zwei 36 Punkte erreicht. Fünf der Korrektoren wurden gefragt, welche Mädchen es waren. Sie sagten:

1. „Ich glaube, es waren Anja und Cornelia.“
2. „Soweit ich mich erinnere, waren es Barbara und Dorothea“
3. „Ich habe mir Friederike und Anja gemerkt.“
4. „Nein, nein, nein, es waren Barbara und Elke.“
5. „Meine Erinnerung sagt: Dorothea und Anja.“

Nun ist bekannt, dass bei einer Antwort beide Namen nicht stimmten, während bei den anderen vier Antworten jeweils ein Mädchen wirklich 36 Punkte erreicht hat und eines nicht.

Welche der beiden Mädchen erhalten die Urkunden für ihre 36 Punkte?

**Lösungshinweise**

Es wird durchprobiert, bei welcher der Aussagen beide Namen falsch genannt worden sind.

Angenommen, Anja und Cornelia haben beide nicht 36 Punkte erreicht. Nach (3) und (5) haben dann Friederike und Dorothea 36 Punkte erreicht. Dann sind aber in (4) beide Namen falsch.

Angenommen, Barbara und Dorothea haben beide nicht 36 Punkte erreicht. Nach (4) und (5) haben dann Elke und Anja 36 Punkte erreicht. Nach (1) und (3) haben Cornelia und Friederike die 36 Punkte nicht erreicht. In diesem Fall ergibt sich eine Lösung, nämlich **Anja und Elke**.

Angenommen, Friederike und Anja haben beide nicht 36 Punkte erreicht. Dann haben nach (1) und (5) Cornelia und Dorothea 36 Punkte erreicht. In (4) sind dann aber beide Namen falsch.

Angenommen, Barbara und Elke haben beide nicht 36 Punkte erreicht. Dann hat nach (2) Dorothea 36 Punkte erreicht. Nach (5) hat Anja nicht 36 Punkte erreicht. Nach (3) hat Friederike 36 Punkte erreicht, nach (1) hat Cornelia 36 Punkte erreicht. Das sind dann aber schon drei Mädchen.

Angenommen, Dorothea und Anja haben beide nicht 36 Punkte erreicht. Nach (1), (2) und (3) haben dann Cornelia, Barbara und Friederike 36 Punkte erreicht. Das sind wiederum drei Mädchen.

Die Weiterarbeit nach der Untersuchung des zweiten Falls ist erforderlich, um die Eindeutigkeit der Lösung sicherzustellen.

Eine zusätzliche Probe ist nicht erforderlich, da die nicht verwendeten Aussagen in dem einzigen Lösungsfall bereits geprüft worden sind.

Olympiadeaufgabe 460636

Die Schwierigkeit dieser abschließenden Aufgabe besteht darin, dass der Wahrheitsgehalt von zusammengesetzten Aussagen beurteilt werden muss. Eine besondere Herausforderung liegt im Teil c), in dem der Wahrheitsgehalt einer Folgerung zu betrachten ist.

**Aufgabe**

Auf dem Planeten Pombo sagen die Wombies stets die Wahrheit, während die Lombies immer lügen. Ein Bewohner des Nachbarplaneten Nombo besucht den Pombo und interviewt Ehepaare.

1. Beim ersten Ehepaar fragt er: „Was seid ihr?“ Der Ehemann antwortet: „Wir sind beide Lombies!“. Welchem Typ gehört der Ehemann an, welchem seine Gattin?
2. Beim nächsten Ehepaar auf Pombo erhält der Besucher vom Nombo von der Ehefrau die Antwort: „Mindestens einer von uns ist ein Lombie.“ Welchem Typ gehört die Ehefrau an, welchem ihr Gatte?
3. Beim dritten Ehepaar antwortet der Mann: „Wenn ich ein Wombie bin, dann ist meine Frau auch ein Wombie.“ Welchem Typ gehört dieser Mann an, welchem seine Frau?

**Lösungshinweise**

1. Angenommen, der Ehemann wäre ein Wombie. Dann würde er die Wahrheit sagen, das heißt er wäre ein Lombie. Das ist ein Widerspruch.

**Er ist also ein Lombie**. Daher ist seine Aussage falsch. Nicht beide sind Lombies, also ist **seine Frau ein Wombie**.

1. Angenommen, die Frau wäre ein Lombie. Dann ist ihre Aussage falsch. Das Gegenteil der Aussage lautet: „Beide sind Wombies.“ Also wäre dann auch die Frau ein Wombie. Das ist ein Widerspruch.

Also ist die **Frau ein Wombie**. Sie sagt die Wahrheit. Deshalb ist ihr **Mann ein Lombie**.

1. Angenommen, der Mann ist ein Lombie. Dann ist seine Aussage falsch. Eine Folgerung ist nur dann falsch, wenn der erste Teil wahr ist und der zweite Teil falsch ist. Das heißt, der Mann wäre ein Wombie, was ein Widerspruch ist.

Daher ist der **Mann ein Wombie**. Seine Aussage ist wahr, der erste Teil ist wahr. Daher ist auch der zweite Teil wahr. **Die Frau ist also auch ein Wombie**.

**Anmerkungen zur Aufgabe und zum Einsatz:**

Für die Schülerinnen und Schüler ist in der Regel nicht bekannt, wann eine Folgerung wahr ist. Speziell der Fall, dass aus einer falschen Voraussetzung eine richtige Aussage folgen kann, ist intuitiv nicht klar. Hier muss durch die Lehrkraft auf jeden Fall eine Hilfestellung erfolgen.