Zauberspiel „Gerade oder ungerade“

Bei diesem Spiel spielt ein Wissender gegen einen Unwissenden und muss erraten, ob dieser eine gerade oder ungerade Anzahl von Objekten in der Hand hält. Es ist jedoch kein Raten, denn durch einen mathematischen Trick hat der Wissende Gewissheit.

**Spiel:**

Ein Schüler oder eine Schülerinnen nimmt in eine Hand eine beliebige gerade Anzahl von Objekten (zum Beispiel Büroklammern oder Streichhölzer), in die andere eine ungerade. Der Spielleiter will nun erraten, in welcher Hand die ungerade Zahl von Objekten sich befindet.

Der Spielleiter fordert den Mitspieler auf, die Anzahl in der linken Hand mit 3 zu multiplizieren, die in der rechten Hand mit 6 und anschließend die beiden Produkte zu addieren. Diese Summe wird genannt.

Der Spielleiter kann das Ergebnis sofort nennen: Wird eine gerade Zahl genannt, so hält der Mitspieler in der rechten Hand eine ungerade Zahl von Objekten. Bei einer ungeraden Zahl ist es die linke Hand.

Wirkungsvoller wird es, wenn der Spielleiter erst so tut, als müsse er umfangreiche Rechnungen im Kopf durchführen. Dazu kann er die genannte Zahl an die Tafel schreiben und mehrfach Rechnungen leise vor sich hin murmeln, bis er schließlich das Ergebnis nennt.

**Variation des Spieles:**

Die Zahlen, mit denen die Anzahlen der Objekte in den Händen multipliziert werden, können fast beliebig variiert werden. Es kommt überhaupt nicht auf deren Zahlenwert an. Wichtig ist nur, dass eine von ihnen gerade und die andere ungerade ist. Wird eine ungerade Summe genannt, befinden sich ungerade viele Objekte steht in der Hand, bei der die Zahl der Objekte mit der ungeraden Zahl multipliziert wurde.

**Auflösung des Tricks:**

Die Auflösung des Tricks können Schülerinnen und Schüler selber herausfinden, wenn sie die Rechnungen des Spieles für mehrere Ausgangssituationen durchführen, die systematisch variiert werden.

Variation der Anzahlen der Objekte, die Faktoren bleiben konstant:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Gewählte Objekte | | Faktoren zur Multiplikation | | Produkte | | Summe |
| links | rechts | links | rechts | links | rechts |  |
| 5 | 4 | 3 | 6 | 15 | 24 | 39 |
| 7 | 2 | 3 | 6 | 21 | 12 | 33 |
| 1 | 2 | 3 | 6 | 3 | 12 | 15 |
| 4 | 3 | 3 | 6 | 12 | 18 | 30 |
| 2 | 5 | 3 | 6 | 6 | 30 | 36 |

Bei einer ungeraden Summe ist links eine ungerade Anzahl, bei einer geraden Summe rechts. Ferner beobachtet man, dass in der linken Spalte bei den Produkten genau dann eine ungerade Zahl steht, wenn in der linken Hand ungerade viele Objekte gehalten werden.

Variation der Faktoren, die Anzahl bleibt konstant

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Gewählte Objekte | | Faktoren zur Multiplikation | | Produkte | | Summe |
| links | rechts | links | rechts | links | rechts |  |
| 5 | 4 | 1 | 4 | 5 | 16 | 21 |
| 5 | 4 | 3 | 2 | 15 | 8 | 23 |
| 5 | 4 | 5 | 4 | 25 | 16 | 41 |
| 5 | 4 | 4 | 3 | 20 | 12 | 32 |
| 5 | 4 | 2 | 5 | 10 | 20 | 30 |

Wird der ungerade Faktor für die Hand mit der ungeraden Anzahl von Objekten gewählt, ist die Summe ungerade.

**Begründung:**

Bisher wurden Erklärungen für den Trick mit Hilfe von Beispielen gefunden. Es ist aber in dieser Klassenstufe durchaus möglich, die Erklärungen auch zu begründen. Dazu werden nur zwei Tatsachen benötigt, die aus den systematischen Tabellen abgelesen werden können:

* Das Produkt aus einer geraden Zahl mit einer beliebigen Zahl ist gerade.
* Das Produkt zweier ungerader Zahlen ist ungerade.
* Die Summe aus zwei geraden Zahlen ist gerade
* Die Summe aus einer geraden Zahl und einer ungeraden Zahl ist ungerade.

Die Summe zweier ungerader Zahlen kommt bei dem Spiel zwar nicht vor, sie kann aber an dieser Stelle auch als Ergänzung thematisiert werden.

Die Begründung der Tatsachen ist mit der Primfaktorzerlegung leicht möglich.

* Wenn in einem Faktor der Teiler 2 enthalten ist, ist er auch im Produkt enthalten.
* Wenn keiner der Faktoren den Teiler 2 hat, kann 2 auch kein Teiler des Produktes sein.
* Wenn zwei Summanden beide den Teiler 2 enthalten, kann dieser ausgeklammert werden und ist damit Teiler der Summe.
* Enthält nur einer der Summanden den Teiler 2 kann die 2 nicht ausgeklammert werden.

Bei der Begründung der hier nicht benötigten Eigenschaft der Summer zweier ungerader Zahlen, beachtet man, dass eine ungerade Zahl bei Division durch 2 den Rest 1 lässt. Die Summe lässt damit den Rest 2, ist also durch 2 teilbar.

Die systematischen Tabellen lassen sich auf vier Fälle zurückführen.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Gewählte Objekte | | Faktoren zur Multiplikation | | Produkte | | Summe |
| links | rechts | links | rechts | links | rechts |  |
| ungerade | gerade | ungerade | gerade | ungerade | gerade | ungerade |
| gerade | ungerade | ungerade | gerade | gerade | gerade | gerade |
| ungerade | gerade | gerade | ungerade | gerade | gerade | gerade |
| gerade | ungerade | gerade | ungerade | gerade | ungerade | ungerade |

Betrachtet man die linke Hand so stimmt bei ungeradem Faktor die Parität des Ergebnisses mit der Parität in der linken Hand überein, bei geradem Faktor für die linke Hand sind die Paritäten gerade vertauscht.

Merkregel: Ungerade hält bei, Gerade vertauscht.

**Einsatz im der AG:**

Das Spiel ist einschließlich der Erklärung für einen Ausklang von 20 Minuten Dauer zu umfangreich. Es bietet sich an, in einer AG-Sitzung das Spiel vorzustellen und einige Male zu spielen. Anschließend können vorbereitete Tabellen zur systematischen Untersuchung ausgeteilt werden, an denen die Schülerinnen und Schüler bis zur nächsten Sitzung freiwillig Analysen durchführen können. Vorlagen für Arbeitsblätter sind in der Datei „<Gerade_ungerade_Arbeitsblatt.docx>“ vorhanden.

In der nachfolgenden Sitzung kann dann die Regel formuliert und eventuell auch begründet werden. Die Regel sollte dann in weiteren Spielen der Schülerinnen und Schüler untereinander angewendet und eingeübt werden. Die Schülerinnen und Schüler setzten den Trick anschließend gerne in ihrem privaten Umfeld ein.