##### Vorbemerkungen zum Modul

In den Bewegungsaufgaben dieses Moduls geht es um die Untersuchung von Vorgängen, bei denen sich Objekte mit jeweils konstanten Geschwindigkeiten bewegen, während des Vorgangs treffen oder überholen. Voraussetzung für die erfolgreiche Bearbeitung ist die Kenntnis des Zusammenhangs zwischen Geschwindigkeit, zurückgelegter Wegstrecke und benötigter Zeit. Falls die Schülerinnen und Schüler dazu Hilfe benötigen, kann ihnen ein Blatt mit Grundlageninformationen gegeben werden.

Bewegungsaufgaben, bei denen mehrere Objekte beteiligt sind, lassen sich häufig durch Gleichungen oder Gleichungssysteme lösen. Bei der vorliegenden Zusammenstellung für die Klasse 7 wird in den Lösungshinweisen jedoch auf diese Hilfsmittel, die den Schülerinnen und Schülern dieser Stufe noch nicht zur Verfügung stehen, verzichtet. Sie werden durch Strategien wie systematisches Probieren oder Mustererkennung ersetzt. Bewegungen werden an dieser Stelle auch nicht durch Funktionsgraphen beschrieben.

Ziel des Moduls ist es, Sicherheit im Umgang mit den Begriffen, die bei Bewegungen von Bedeutung sind, zu gewinnen und die Bearbeitung mit vielfältigen Methoden kreativ durchzuführen.

Olympiadeaufgabe 430622

In dieser einfachen Aufgabe zum Einstieg ist immer nur eines der bewegten Objekte zu betrachten. Auch wenn es um das Treffen der Züge geht, ist bei der Lösung immer nur ein Zug nach dem anderen zu untersuchen.

**Aufgabe:**

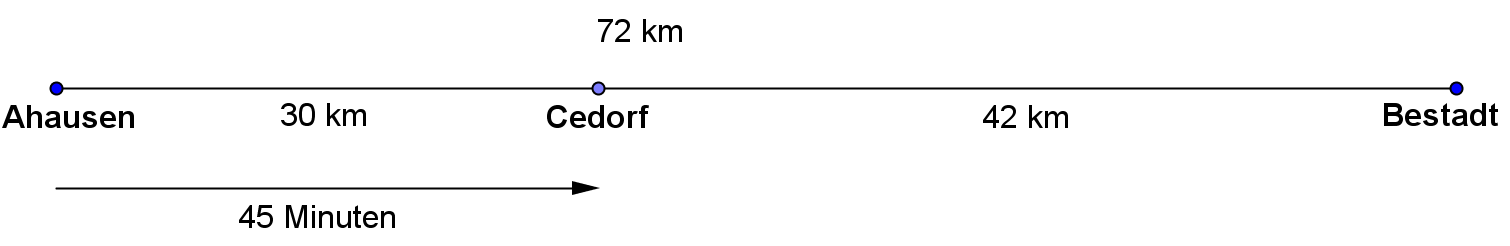
Die Strecke von Ahausen nach Bestadt ist 72 km lang und eingleisig; lediglich im Bahnhof von Cedorf zwischen Ahausen und Bestadt gibt es ein Nebengleis, so dass dort zwei Züge aneinander vorbeifahren können. Cedorf ist 42 km von Bestadt entfernt.

Um 8.00 Uhr fährt ein Zug aus Ahausen in Richtung Bestadt los. Da es bis zum Ziel ständig bergauf geht, kommt er in einer Viertelstunde nur 10 km weit. Die Züge von Bestadt nach Ahausen legen in einer Viertelstunde 15 km zurück (weil es ja bergab geht).

1. Wann fährt der Zug in Bestadt ab, wenn beide Züge im Bahnhof von Cedorf aneinander vorbeifahren sollen?
2. Wann erreicht der Zug aus Ahausen sein Ziel?
3. Wann kommt der Zug aus Bestadt unten in Ahausen an?

**Lösungshinweis:**

Bei Bewegungsaufgaben bietet sich eine Veranschaulichung durch eine Graphik an.



1. Zunächst wird der Zug aus Ahausen betrachtet, um den Zeitpunkt seiner Ankunft in Cedorf zu bestimmen. Der Zug benötigt 15 Minuten für 10 km, also benötigt er 45 Minuten für 30 km und kommt um 8.45 Uhr in Cedorf an.   
   Nun kann der Zug von Bestadt betrachtet werden. Er fährt in 10 Minuten 10 km weit. Er schafft also 1 km in einer Minute. Daher braucht er 42 Minuten, um von Bestadt nach Cedorf zu gelangen. Da er um 8.45 Uhr ankommen soll, muss er um 8.03 Uhr losfahren.
2. Der Zug aus Ahausen schafft in einer Minute km. Für die Strecke von Ahausen nach Bestadt benötigt er damit . Er kommt um 9.48 an.
3. Der Zug von Bestadt legt pro Minute 1 km zurück. Daher benötigt er für die gesamte Strecke 72 Minuten. Er kommt um 9.15 Uhr in Ahausen an.

Olympiadeaufgabe 450531

In dieser Aufgabe kommen die Zeiteinheiten Minuten und Stunden vor, so dass speziell auf gleichartige Einheiten geachtet werden muss.

**Aufgabe:**

Am Wandertag geht die Klasse zu einem alten Bergwerk.

1. Ein Vater bringt mit dem Auto Spielgeräte und Grillgut zum Ziel. Er braucht von der Schule bis zum Bergwerk 20 Minuten bei einer Durchschnittsgeschwindigkeit von . Wie lang ist der Weg zwischen Schule und Bergwerk?
2. Die Schüler gehen zu Fuß und gehen denselben Weg wie der Vater. Sie starten um 7.30 Uhr, machen eine Pause von 20 Minuten und eine zweite Pause von 25 Minuten, ehe sie um 12.15 Uhr im Bergwerk ankommen. Welche Durchschnittsgeschwindigkeit erreichen die Schüler?
3. Der Sportlehrer der Klasse ist ein trainierter Langläufer und schafft ohne Mühe eine Geschwindigkeit von . Holt er die Klasse vor dem Bergwerk ein, wenn er erst um 10.00 Uhr von der Schule losläuft und denselben Weg nimmt?

**Lösungshinweis:**

Da es sich hier um verschiedene Bewegungen zwischen zwei Orten handelt, ist eine graphische Veranschaulichung nicht erforderlich.

1. 20 Minuten sind ein Drittel von einer Stunde. Daher beträgt die Entfernung 22 km.
2. In der Aufgabenstellung wird nicht klar gesagt, ob die Pausen bei der Berechnung der Durchschnittsgeschwindigkeit mitgewertet werden. Daher gibt es zwei mögliche Lösungen:

* Insgesamt benötigen die Schüler 4 Stunden und 45 Minuten für 22 km. Die Durchschnittsgeschwindigkeit beträgt daher .
* Wird nur die reine Gehzeit berücksichtigt, ergibt sich eine Geschwindigkeit von = 5,5.

1. Bei einer Geschwindigkeit von benötigt der Sportlehrer für 22 km weniger als zwei Stunden. Er kommt also vor 12.00 Uhr am Ziel an und muss daher die Schüler überholen.

Olympiadeaufgabe 440634

Bei dieser Aufgabe müssen die Daten der beiden Züge geeignet kombiniert werden. Wichtig ist die Erkenntnis, dass in der Beobachtungszeit sowohl die Brückenlänge als auch die Zuglänge zurückgelegt werden.

**Aufgabe:**

Herr Müller steht am Ende einer langen Eisenbahnbrücke mit einer Baustelle, über die ICE-Züge fahren. Alle Züge fahren gleich schnell über die Brücke.

Herr Müller macht folgende Beobachtungen:

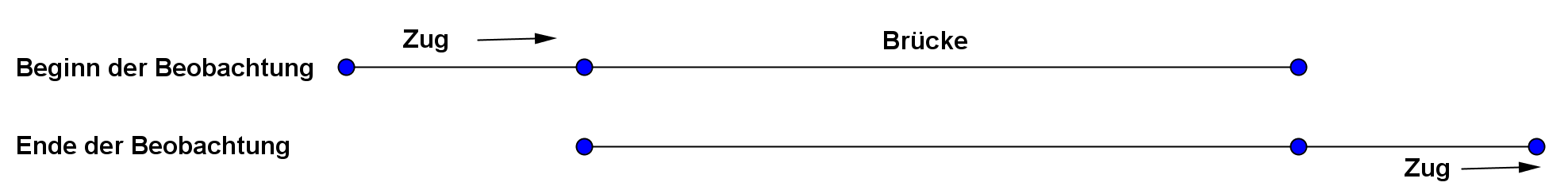
* Vom Augenblick, in dem ein langer ICE-Zug auf die Brücke fährt, bis zu dem Augenblick, an dem er die Brücke verlassen hat, vergehen 57 Sekunden.
* Ein kurzer ICE-Zug braucht dafür 47 Sekunden.

Herr Müller weiß:

* ein langer ICE ist 320 m lang
* ein kurzer ICE ist genau halb so lang.

1. Wie schnell fahren die Züge?
2. Wie lang ist die Brücke?

**Lösungshinweis:**



1. Der lange ICE braucht 10 Sekunden mehr als der kurze für das Überqueren der Brücke. Wegen seiner größeren Länge legt er in dieser Zeit eine Strecke zurück, die 160 m länger ist als beim kurzen ICE. Daher beträgt die Geschwindigkeit .
2. In 47 Sekunden legt ein kurzer ICE eine Strecke von zurück. Darin ist die Zuglänge enthalten. Also ist die Brücke 592 m lang.

Olympiadeaufgabe 350723

Bei dieser Aufgabe geht es um das Treffen zweier Personen. Die Zahlenwerte sind so, dass etwas intensivere Rechnungen insbesondere im Aufgabenteil b) erforderlich sind.

**Aufgabe:**

Die Orte A und B liegen 30 km voneinander entfernt. Antje fährt von A nach B mit einer gleichbleibenden Geschwindigkeit von . Bernd fährt von B nach A ebenfalls mit konstanter Geschwindigkeit, er legt in der Stunde 24 km zurück.

1. Nach wie viel Minuten treffen sich Antje und Bernd, wenn sie zur gleichen Zeit gestartet sind? Wie viele Kilometer ist dann Antje bis zum Treffpunkt gefahren?
2. An einem anderen Tag ist Antje um 8.00 Uhr gestartet, aber Bernd erst um 8.15 Uhr. Um wie viel Uhr treffen sie sich diesmal?

**Lösungshinweis:**

1. Das Lösen eines Gleichungssystems kann bei dieser Aufgabe vermieden werden, indem untersucht wird, wie sich der Abstand von Antje und Bernd im Laufe der Zeit verringert. Da sie sich bereits nach weniger als einer Stunde treffen, empfiehlt es sich, eine kürzere Zeiteinheit zu betrachten. Nach jeweils 6 Minuten (entspricht einer Zehntel Stunde) haben Bernd und Antje ihren Abstand um 4,5 km verringert. Die Gesamtstrecke von 30 km wird in Abschnitte von 4,5 km eingeteilt. Die Anzahl der Abschnitte erlaubt die Berechnung der Zeit. Bei den Daten der Aufgabe ergibt sich dabei jedoch kein ganzzahliger Wert.

Anzahl der Abschnitte: .

Somit treffen sich Antje und Bernd nach .

Antje hat dann eine Strecke von zurückgelegt.

Ein alternativer Lösungsansatz besteht darin, die Relativgeschwindigkeit zu betrachten. Von Antje ausgesehen, kommt Bernd mit einer Geschwindigkeit von auf sie zu. Da sie anfangs voneinander entfernt waren, treffen sie sich nach .

1. Nach 15 Minuten hat Antje eine Strecke von zurückgelegt. Antje und Bernd sind dann noch auseinander. Nach der Vorlage der Lösung zu Teil a) kann gearbeitet werden.

Wird diese Strecke in Abschnitte der Länge 4,5 eingeteilt, ergeben sich Abschnitte. Antje und Bernd treffen sich nach 33 Minuten.

Olympiadeaufgabe 450734

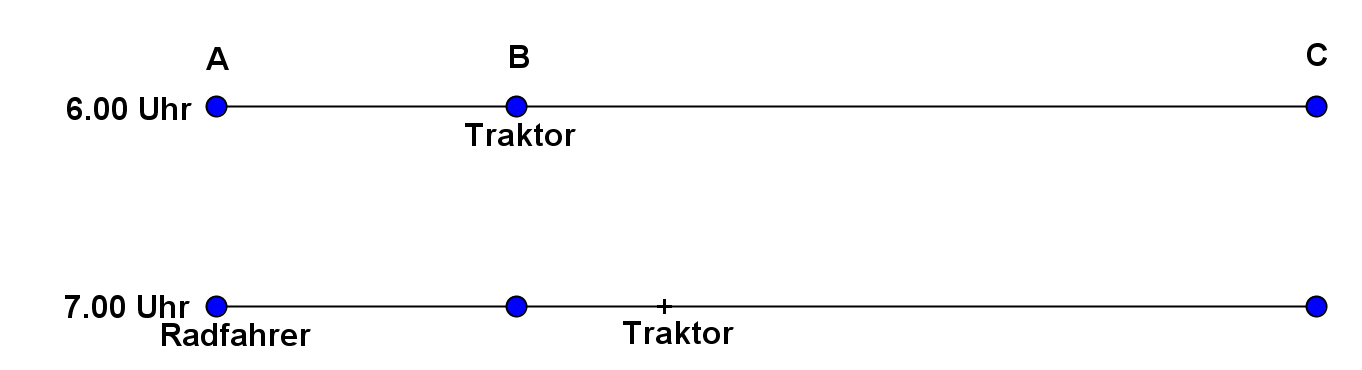
In der Aufgabe wird ein Überholvorgang betrachtet. Durch die unterschiedlichen Startzeiten ist eine Vorüberlegung erforderlich. Wegen der einfachen Zahlenwerte kann die Lösung durch eine Tabelle erfolgen. Wird das Muster erkannt, muss die Tabelle nicht vollständig ausgefüllt werden.

**Aufgabe:**

Die Gemeinden A, B sowie die Stadt C liegen in dieser Reihenfolge an einer Landstraße. Die Gemeinden A und B sind genau 5 km voneinander entfernt. Von B aus fährt ein Traktor morgens um 6 Uhr mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von nach C. Am gleichen Tag fährt von A aus ein Radfahrer um 7 Uhr mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von nach C und überholt den Traktor vor C.

1. Zu welcher Uhrzeit und in welcher Entfernung von B überholt der Radfahrer den Traktor?
2. Wie viele Kilometer sind B und C voneinander entfernt, wenn er Radfahrer genau 40 Minuten früher in C ankommt als der Traktor?

**Lösungshinweis:**



1. In einer Tabelle kann der Überholvorgang systematisch dargestellt werden. Prinzipiell sind zwei Tabellen möglich. Es ist wohl naheliegender, mit einer Tabelle zu arbeiten, die von den Uhrzeiten ausgeht. Für die Lösung des Teiles b) ist jedoch eine Tabelle günstiger, die zu unterschiedlichen Entfernungen angibt, mit welchem Zeitabstand die Fahrzeuge dort vorbeifahren.  
     
   Untersuchung der Abhängigkeit von der Uhrzeit:  
   Der Traktor schafft in einer Stunde eine Strecke von 10 km, der Radfahrer eine Strecke von 15 km.

Um 7.00 Uhr ist der Traktor 10 km von seinem Startpunkt, also 15 km von A, entfernt.

Um 8.00 Uhr ist der Radfahrer 15 km von A entfernt, der Traktor 25 km.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Uhrzeit | | 7.00 | 8.00 | 9.00 |
| Entfernung von A | Radfahrer | 0 km | 15 km | 30 km |
| Traktor | 15 km | 25 km | 35 km |
| Vorsprung des Traktors | | 15 km | 10 km | 5 km |

Pro Stunde verringert sich der Vorsprung des Traktors um 5 km. Daher überholt der Radfahrer den Traktor um 10.00 Uhr in einer Entfernung von 45 km von A, also 40 km von B.

Falls dieses Muster nicht erkannt wird, ergibt die nächste Spalte der Tabelle ebenfalls die Lösung.

Untersuchung der Abhängigkeit von der Entfernung vom Ort A:

Der Traktor benötigt für einen Weg von 5 km eine Zeit von 30 Minuten, der Radfahrer für den gleichen Weg 20 Minuten. Um 7.00 Uhr ist der Traktor 10 km von seinem Startpunkt, also 15 km von A, entfernt. Das Fahrrad kommt an dieser Stelle eine Stunde nach seinem Start, also um 8.00 Uhr, vorbei.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Entfernung von A | 15 km | 20 km | 25 km |
| Uhrzeit Traktor | 7.00 | 7.30 | 8.00 |
| Uhrzeit Fahrrad | 8.00 | 8.20 | 8.40 |
| Zeitdifferenz | 60 Min | 50 Min | 40 Min |

Nach jeweils 5 km verringert sich die Zeitdifferenz um 10 Minuten. Von der letzten Spalte der Tabelle aus sind somit 4 Spalten anzufügen. Man erhält eine Entfernung von 45 km von A und die Uhrzeit 10.00 Uhr.

1. Aus der zweiten Tabelle in Teil a) ist zu erkennen, dass der Radfahrer nach weiteren 20 km einen Zeitvorsprung von 40 Minuten hat. Also liegt C in einer Entfernung von 65 km von A oder 60 km von B.

Olympiadeaufgabe 440722

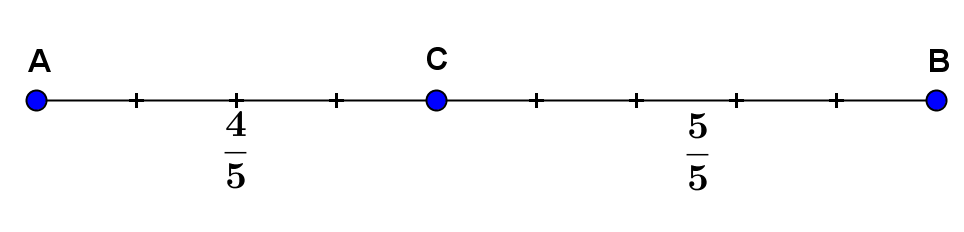
Bei dieser Aufgabe scheinen auf den ersten Blick zu wenige Angaben gegeben zu sein, denn weder die Geschwindigkeit noch die Länge der Strecke sind vorgegeben. Die Aufgabe ist jedoch lösbar, wenn man einen Bruchteil der Strecke als Längeneinheit wählt.

**Aufgabe:**

Zwischen zwei Orten A und B verkehren zwei Triebwagenzüge der Deutschen Bahn. Sie halten auf den Fahrten von A nach B und von B nach A genau einmal im Ort C jeweils für 10 Minuten.

Beide Triebwagen fahren genau um 12.00 Uhr in A bzw. B ab, und zwar in entgegengesetzter Richtung. Sie erreichen die Endstation B bzw. A zum gleichen Zeitpunkt genau um 13.31 Uhr. Die Entfernung der Orte A und C beträgt vier Fünftel der Entfernung der Orte B und C.

Untersuche, ob sich die Triebwagen im Ort C treffen, wenn vorausgesetzt wird, dass sie mit konstanter Geschwindigkeit fahren.

**Lösungshinweis:**

Gedanklich wird die Strecke von B nach C in fünf gleiche Teile eingeteilt. Vier von diesen Teilen ergeben die Strecke von A nach C.

Als Einheit für die Streckenmessung kann der Gesamtstrecke gewählt werden. Die reine Fahrtzeit (ohne den Aufenthalt in C) beträgt 81 Min. Daher werden für jeden Streckenabschnitt 9 Min benötigt. Der Zug aus A kommt also um 12.36 Uhr in C an und fährt dort um 12.46 Uhr wieder ab. Der Zug aus B kommt um 12.45 in C an. Daher treffen sich die Züge im Bahnhof C.

Olympiadeaufgabe 420722

In dieser abschließenden Aufgabe des Moduls ist zunächst eine hypothetische Bewegung zu betrachten. Es muss genau darauf geachtet werden, welche der beiden Bewegungen wirklich ausgeführt wird.

**Aufgabe:**

Ein Fußgänger und ein Radfahrer brechen um 8.00 Uhr in A auf, um nach B zu gelangen. Der Fußgänger marschiert mit einer konstanten Geschwindigkeit von , der Radfahrer fährt mit einer konstanten Geschwindigkeit von .

Nachdem der Radfahrer die Hälfte des Weges zurückgelegt hat, verfehlt er den kürzesten Weg zum Ziel und fährt auf Umwegen nach B. Der Fußgänger hingegen benutzt den direkten Weg. Beide erreichen B zum gleichen Zeitpunkt. Hätte sich der Radfahrer nicht verfahren, so wäre er zwei Stunden früher als der Fußgänger in B angekommen.

1. Wann kommen der Fußgänger und der Radfahrer in B an?
2. Wie groß ist die Entfernung, die der Radfahrer vom Beginn seines Umweges bis zum Ort B zurücklegen muss?

**Lösungshinweis:**

1. Auch hier bietet sich ein systematisches Probieren an. Es werden verschiedene Abstände zwischen den Orten A und B getestet. Für jede Entfernung wird ausgerechnet, wie lange der Radfahrer und der Fußgänger unterwegs sein würden, wenn der Radfahrer sich nicht verfahren hätte.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Entfernung von A und B | 10 km | 15 km |
| Zeit Fußgänger | 2 h | 3 h |
| Zeit Radfahrer | 2/3 h | 1 h |

Es ergibt sich bei einer Entfernung von 15 km eine Zeitdifferenz von 2 Stunden. Somit kommt der Fußgänger 3 Stunden nach seinem Start in B an, also um 11.00 Uhr.

1. Für den halben Weg von 7,5 km braucht der Radfahrer 30 Minuten. Von der Gesamtfahrzeit von 3 Stunden benötigt er daher 2,5 Stunden für den Umweg. Bei seiner Geschwindigkeit legt er in dieser Zeit einen Weg von zurück.